

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra aplikované mechaniky

Návrh metodiky k výpočtu modálních vlastností kostry se statorem u 2-pólového asynchronního elektromotoru

Proposal of the Methodology for Computation of Modal Properties of the
Frame and Stator of 2-pole Asynchronous Electric Motor

Student:

David Bolek

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Petr Ferfecki, Ph.D.

Ostrava 2020

Zadání diplomové práce

Student:

Bc. David Bolek

Studijní program:

N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor:

3901T003 Aplikovaná mechanika

Téma:

Návrh metodiky k výpočtu modálních vlastností kostry se statorem u 2-pólového asynchronního elektromotoru
Proposal of the Methodology for Computation of Modal Properties of the Frame and Stator of 2-pole Asynchronous Electric Motor

Jazyk vypracování:

čeština

Zásady pro vypracování:

1. Vypracujte literární rešerši na téma zahrnutí statorového svazku elektromotoru do výpočtového modelu.
2. V prostředí ANSYS Workbench udělejte testovací úlohu k výpočtu modálních vlastností.
3. Proveďte výpočet vlastních frekvencí a tvarů sestavy kostry elektromotoru, statorového svazku a vinutí.
4. Zkoumejte vliv vybraných výrobních a technologických parametrů na výpočet vlastních frekvencí.
5. Vypočítané modální parametry srovnajte s naměřenými.
6. Vypracujte metodiku k výpočtu vlastních frekvencí sestavy kostry elektromotoru, statorového svazku a vinutí.

Seznam doporučené odborné literatury:

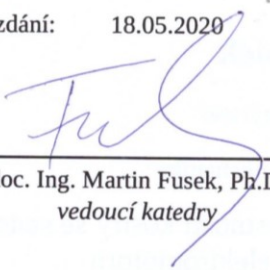
- [1] R. Pupačubsin, A. Steven, J.D. Widmer, B.C. Mecrow: Mechanical Material Properties for Structural Simulation Model of Switched Reluctance Machines, In: Proceedings of 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM), Lausanne, Switzerland, 2016, DOI: 10.1109/ICELMACH.2016.7732841
- [2] M.S. Prem, M. Klanner, K. Ellermann: Vibration Analysis of a Rotor of an Electrical Rotating Machine with Stochastically Distributed Input Parameters, In: Proceedings of SIRM 2019 – 13 th International Conference on Dynamics of Rotating Machines, Copenhagen, Denmark, 2019
- [3] P. Millithaler: Dynamic Behaviour of Electric Machine Stators: Modelling Guidelines for Efficient Finite-element Simulations and Design Specifications for Noise reduction. Mechanics of the structures Université de Franche-Comté, 2015.
- [4] R. Gasch, H. Pfützner: Dynamika rotorů, SNTL Praha, 1. vydání, 1980, 163 s.
- [5] ANSYS, ANSYS reference manual.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

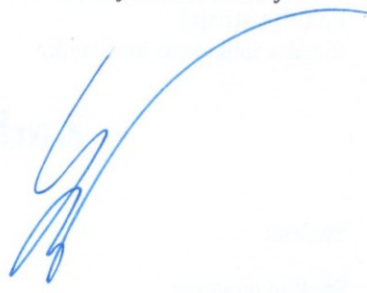
Vedoucí diplomové práce: **Ing. Petr Ferfecki, Ph.D.**

Datum zadání: 20.12.2019

Datum odevzdání: 18.05.2020



doc. Ing. Martin Fusek, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty



Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 18. 05. 2020

.....*Bolek*.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomovou práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 18. 05. 2020


.....
podpis

Jméno a příjmení autora práce: David Bolek

Adresa trvalého pobytu autora práce: Lokalitní 1181/6, 735 35 Horní Suchá

Poděkování

Především bych chtěl poděkovat Bohu, že mě v mém životě dovedl až do této chvíle. Děkuji Ing. Petrovi Ferneckimu, Ph.D. za odborné vedení při vypracování této práce, za jeho cenné rady, nadšení, trpělivost a ochotu mi vše vysvětlit. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Michalovi Molčanovi za pomoc při úpravě výpočtových modelů. Děkuji velice také své rodině za podporu v každém čase.

Děkuji společnosti Siemens, s.r.o. za možnost podílet se na řešení zajímavého problému. Předložená práce byla podpořena projektem specifického vysokoškolského výzkumu „Tvorba multifyzikálního modelu asynchronního elektromotoru uzpůsobeného pro HPC (SP2020/139)“.

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

BOLEK, D. *Návrh metodiky k výpočtu modálních vlastností kostry se statorem u 2-pólového asynchronního elektromotoru: diplomová práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, 2020, 73 s. Vedoucí práce: Ferfecki, P.

Cílem diplomové práce je navržení výpočetní metodiky pro modální analýzu sestavy kostry se statorovým svazkem a vinutím u asynchronního elektromotoru. V úvodu práce je popsán princip činnosti, konstrukční uspořádání a postup výroby třífázového asynchronního elektromotoru. Na základě provedené literární rešerše jsou představeny přístupy k tvorbě výpočetního modelu kostry, statorových plechů a vinutí. Dále jsou prezentovány dvě testovací úlohy realizované v programovém systému ANSYS. První úloha se zabývá zahrnutím kontaktu do modální analýzy. V druhé úloze je testován vliv nastavení kontaktních algoritmů na předepjatou modální analýzu šroubového spoje.

V praktické části práce byly v programovém systému ANSYS sestaveny výpočtové modely kostry, statorových plechů, vinutí a statorového svazku s vinutím nalisovaného do kostry. Vypočítané modální vlastnosti jsou srovnány s modálními vlastnostmi získanými z měření na dvou elektromotorech od společnosti Siemens, s.r.o. Ve výpočtových modelech je zkoumán vliv materiálových parametrů a výrobních operací elektromotoru na vlastní frekvence. Mezi výrobní operace patří například laminace plechů, stažení svazku a nalisování svazku do kostry. Na základě dosažených výpočetních a experimentálních výsledků byla navržena výpočetní metodika.

Klíčová slova: asynchronní elektromotor, kostra, statorové plechy, vinutí, statorový svazek, předepjatá modální analýza, ANSYS software.

ANNOTATION OF DIPLOMA THESIS

BOLEK, D. *Proposal of the Methodology for Computation of Modal Properties of the Frame and Stator of 2-pole Asynchronous Electric Motor: Diploma Thesis*. Ostrava: VSB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mechanics, 2020, 73 p. Thesis head: Ferfecki, P.

The main goal of the diploma thesis is to propose a computational methodology for modal analysis of the enclosure assembly with a stator stack and windings of an asynchronous electric motor. The introductory of this work describes working principles, design and a manufacturing of a three-phase asynchronous electric motor. Based on the literature search, approaches to the creation of a computational model of the enclosure, stator sheets and windings are presented. Furthermore, two test examples implemented in ANSYS software are presented. The first test example deals with the inclusion of contacts in the modal analysis. In the second test example, the influence of contact algorithm settings on a pre-stressed modal analysis of a bolted joint is tested.

In the practical part, the computational model of the enclosure, stator sheets, windings and the enclosure with pressed stator stack with windings were created in ANSYS software. The calculated modal properties are compared with the modal properties obtained from measurements on two electric motors from the company Siemens. The influence of material parameters and electric motor production operations on natural frequencies is investigated in computational models. These manufacturing operations include, for example, stator sheet lamination and packing and pressing of stator stack into the enclosure. Based on the achieved computational and experimental results, a computational methodology was proposed.

Keywords: asynchronous electric motor, enclosure, stator sheets, winding, stator stack, pre-stressed modal analysis, ANSYS software.

Obsah

Úvod	14
1 Asynchronní elektromotory.....	15
2 Konstrukční uspořádání.....	18
2.1 Kostra	18
2.2 Stator	19
2.3 Vinutí statoru.....	19
2.4 Rotor.....	20
3 Přístupy k tvorbě výpočtového modelu modální analýzy kostry a statoru elektromotoru	21
3.1 Kostra, ložiskové štíty a svorkovnice	21
3.2 Statorový svazek	21
3.2.1 Analytické vztahy k výpočtu materiálových parametrů pro transversální izotropii .	22
3.2.2 Využití ultrazvuku.....	23
3.2.3 Optimalizace pomocí nástrojů ve FEM softwaru.....	23
3.3 Vinutí statoru.....	24
3.3.1 Ekvivalentní materiálové parametry	24
3.3.2 Tvarovaná cívka	25
3.3.3 Statorové vinutí SRM motoru	25
3.3.4 Ekvivalentní hustota.....	26
3.4 Nalisování statorového svazku do kostry	27
3.4.1 Kontaktní algoritmy užívané v softwaru ANSYS.....	27
3.4.2 FKN a FTOLN	28
3.4.3 Testovací úloha – statický výpočet	29
3.4.4 Předepjatá modální analýza.....	31
3.4.5 Testovací úloha – předepjatá modální analýza.....	32
3.5 Testovací úloha – výpočtové modely spojení elektromotoru se základovou deskou....	33
3.5.1 Vliv typu kontaktu na modální vlastnosti.....	34
3.5.2 Přístupy k výpočtovému modelování šroubového spoje	35
4 Výpočtový model statorového svazku bez vinutí.....	38

4.1	Měření	38
4.2	Výpočtový model statorového svazku bez vinutí.....	43
5	Výpočtový model statorového svazku s vinutím	50
5.1	Výpočtový model vinutí v drážkách	50
5.2	Výpočtový model čela vinutí	54
6	Výpočtový model kostry se statorovým svazkem a s vinutím	59
7	Metodický postup k výpočtu modálních vlastností.....	69
8	Závěr	71
9	Seznam použité literatury	72

Seznam použitých značek a symbolů

Značka	Veličina	Jednotka
$\alpha_{jk}(\omega)$	Receptance	$[\text{kg}^{-1}\text{s}^2]$
c	Rychlost vlny ultrazvuku	$[\text{ms}^{-1}]$
$\cos\varphi$	Účinit	$[-]$
$D_{\text{drátu}}$	Průměr drátu	$[\text{m}]$
Δ	Změna délky	$[\text{m}]$
Δr_1	Přesah	$[\text{m}]$
E	Modul pružnosti v tahu	$[\text{Pa}]$
$E_{\text{čela}}$	Ekvivalentní modul pružnosti čela vinutí	$[\text{Pa}]$
E_e	Modul pružnosti v tahu epoxidu	$[\text{Pa}]$
E_o	Modul pružnosti v tahu oceli	$[\text{Pa}]$
E_p	Modul pružnosti v tahu laminátu ve směrech x, y	$[\text{Pa}]$
$E_{v\text{Drážce}}$	Ekvivalentní modul pružnosti v drážce statoru	$[\text{Pa}]$
E_x	Modul pružnosti v tahu ve směru osy x	$[\text{Pa}]$
E_y	Modul pružnosti v tahu ve směru osy y	$[\text{Pa}]$
E_z	Modul pružnosti v tahu ve směru osy z	$[\text{Pa}]$
E_z	Modul pružnosti v tahu laminátu v axiálním směru	$[\text{Pa}]$
f	Frekvence napájení	$[\text{Hz}]$
f	Koeficient tření	$[-]$
f_{svazku}	Objemový podíl svazku	$[-]$
F	Síla	$[\text{N}]$
\mathbf{F}	Vektor zatížení	$[-]$
F_n	Kontaktní síla přenášená mezi kontaktním párem	$[\text{N}]$
φ	Fázový posuv	$[\text{rad}]$
φ	Objemový podíl	$[-]$
φ_i	Objemový podíl izolace ve svazku	$[-]$
Φ_{jr}	j-tý prvek r-tého vlastního tvaru	$[\text{kg}^{-1/2}]$
Φ_{kr}	k-tý prvek r-tého vlastního tvaru	$[\text{kg}^{-1/2}]$
G_e	Modul pružnosti ve smyku epoxidu	$[\text{Pa}]$
G_o	Modul pružnosti ve smyku oceli	$[\text{Pa}]$
G_p	Modul pružnosti ve smyku laminátu v rovině dané směry x, y	$[\text{Pa}]$
G_{xy}	Modul pružnosti ve smyku v rovině dané směry x, y	$[\text{Pa}]$
G_{xz}	Modul pružnosti ve smyku v rovině dané směry x, z	$[\text{Pa}]$
G_{yz}	Modul pružnosti ve smyku v rovině dané směry y, z	$[\text{Pa}]$
G_{zp}	Modul pružnosti ve smyku laminátu v rovině dané směry z, x a v rovině dané směry z, y	$[\text{Pa}]$
H_{zubu}	Výška statorového zubu	$[\text{m}]$
I	Proud	$[\text{A}]$

Značka	Veličina	Jednotka
k_n	Normálová kontaktní tuhost	$[\text{Nm}^{-1}]$
\mathbf{K}	Matice tuhosti soustavy	$[-]$
\mathbf{K}_G	Geometrická matice tuhosti	$[-]$
l	Délka svazku před spaketováním	$[\text{m}]$
l_1	Délka hřídele	$[\text{m}]$
l_2	Délka válce	$[\text{m}]$
l_s	Tloušťka statorových plechů	$[\text{m}]$
l_s	Délka svazku po spaketování	$[\text{m}]$
L	Délka	$[\text{m}]$
L_{svazku}	Délka statorového svazku (zubu)	$[\text{m}]$
λ	Lagrangeův multiplikátor	$[\text{N}]$
m	Hmotnost	$[\text{kg}]$
$m_{\text{cívky}}$	Hmotnost zubu	$[\text{kg}]$
m_s	Hmotnost svazku po spaketování	$[\text{kg}]$
m_{zubu}	Hmotnost cívky navinuté kolem jednoho zubu	$[\text{kg}]$
\mathbf{M}	Matice hmotnosti	$[-]$
M_n	Jmenovitý (nominální) moment	$[\text{Nm}]$
M_U	Utahovací moment	$[\text{Nm}]$
M_z	Záběrný moment	$[\text{Nm}]$
M_{zv}	Moment zvratu	$[\text{Nm}]$
μ	Poissonovo číslo	$[-]$
μ_e	Poissonovo číslo epoxidu	$[-]$
μ_o	Poissonovo číslo oceli	$[-]$
μ_p	Poissonovo číslo mezi směry x, y (y, x)	$[-]$
μ_{xy}	Poissonovo číslo mezi směry x, y	$[-]$
μ_{xz}	Poissonovo číslo mezi směry x, z	$[-]$
μ_{yz}	Poissonovo číslo mezi směry y, z	$[-]$
μ_{zp}	Poissonovo číslo laminátu mezi směry z, x a mezi směry z, y	$[-]$
n	Otáčky rotoru	$[\text{min}^{-1}]$
n_n	Jmenovité (nominální) otáčky	$[\text{min}^{-1}]$
n_s	Synchronní otáčky	$[\text{min}^{-1}]$
n_s	Počet statorových plechů	$[-]$
n_{zv}	Otáčky zvratu	$[\text{min}^{-1}]$
N	Celkový počet módů	$[-]$
$N_{\text{závitů}}$	Počet navinutí drátu kolem jednoho zubu	$[-]$
ω	Budící kruhová frekvence	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
Ω	Netlumená vlastní kruhová frekvence	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
Ω_{0r}	Netlumená vlastní kruhová frekvence	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
p	Počet pólpárů statoru	$[-]$
p	Kontaktní tlak	$[\text{Pa}]$

Značka	Veličina	Jednotka
P	Výkon	[W]
\mathbf{q}	Vektor posunutí	[–]
$\ddot{\mathbf{q}}$	Vektor zrychlení	[–]
r_1	Poloměr hřídele	[m]
r_2	Vnější poloměr válce	[m]
ρ	Hustota	[kg · m ⁻³]
$\rho_{cívky}$	Hustota cívky	[kg · m ⁻³]
ρ_e	Hustota epoxidu	[kg · m ⁻³]
ρ_e	Ekvivalentní hustota statorového zubu	[kg · m ⁻³]
ρ_l	Hustota laminátu	[kg · m ⁻³]
ρ_o	Hustota oceli	[kg · m ⁻³]
ρ_{zubu}	Hustota statorového zubu	[kg · m ⁻³]
s	Skluz	[%]
S	Faktor plnění	[%]
S	Plocha průřezu	[m ²]
s_{zv}	Skluz zvratu	[–]
t	Čas	[s]
U	Napětí	[V]
\mathbf{v}	Vektor amplitud posuvů	[–]
V_{zubu}	Objem statorového zubu	[m ³]
W_{zubu}	Šířka statorového zubu	[m]
x_p	Penetrace kontaktních povrchů	[m]
ζ_r	Poměrný útlum r-tého módu	[–]

Zkratka	Význam
2D	Dvojměrný
3D	Trojměrný
Δ	Zapojení elektromotoru do trojúhelníku
DE	Označení strany elektromotoru na straně výstupní hřídele
FB	„Force Bonded“
FEM	Metoda konečných prvků (Finite Element Method)
FKN	Faktor normálové kontaktní tuhosti
FRF	Frekvenční odezvová funkce (Frequency Response Function)
FS	„Force Sticking“
FTOLN	Faktor penetrační tolerance
IM	Izotropní model
MPC	„Multi-Point Constraint“
NDE	Označení strany elektromotoru na straně ventilátoru
PC	Automaticky přednastaveno (Program Controlled)
TIM	Transverzálně izotropní model
UTS	„User True Status“
Y	Zapojení elektromotoru do hvězdy

Úvod

Asynchronní elektromotory jsou spolehlivé stroje nenáročné na údržbu, a proto se využívají v mnoha průmyslových odvětvích. Ovšem v elektromotoru může nastat rezonance, při které dochází k nadměrným vibracím stroje, které mohou vést až k jeho poškození. Vlastní frekvence stroje jsou dány především materiálovými vlastnostmi, tvarem součástí a jejich vzájemnými vazbami. Práce se zabývá problematikou modální analýzy, jejíž snahou je identifikovat vlastní frekvence elektromotoru.

V diplomové práci je vytvořen výpočtový model kostry a statorového svazku elektromotoru pro modální analýzu. Tvorba výpočtového modelu kostry s nalisovaným svazkem s vinutím je vzhledem ke geometrické komplexnosti a vlivu výrobních postupů na modální vlastnosti elektromotoru problematická. Především se jedná o to, že (i) tvar kostry je z důvodu chlazení pokryt geometricky složitým žebrováním, (ii) statorový svazek je tvořen řadou izolovaných plechů, (iii) v drážkách statoru je vloženo vinutí tvořené řadou navzájem izolovaných drátů a (iv) na čelech je vinutí spojeno. Při tvorbě výpočtového modelu se musí vzít v úvahu i výrobní procesy jako je stažení statorového svazku z důvodu spaketování, impregnace vinutí a nalisování svazku do kostry. Některé výrobní procesy mají větší vliv na vlastní frekvence stroje než jiné. Výpočtové modely jsou sestaveny na základě geometrických a materiálových parametrů a měření modální analýzy na dvou elektromotorech od společnosti Siemens, s.r.o.

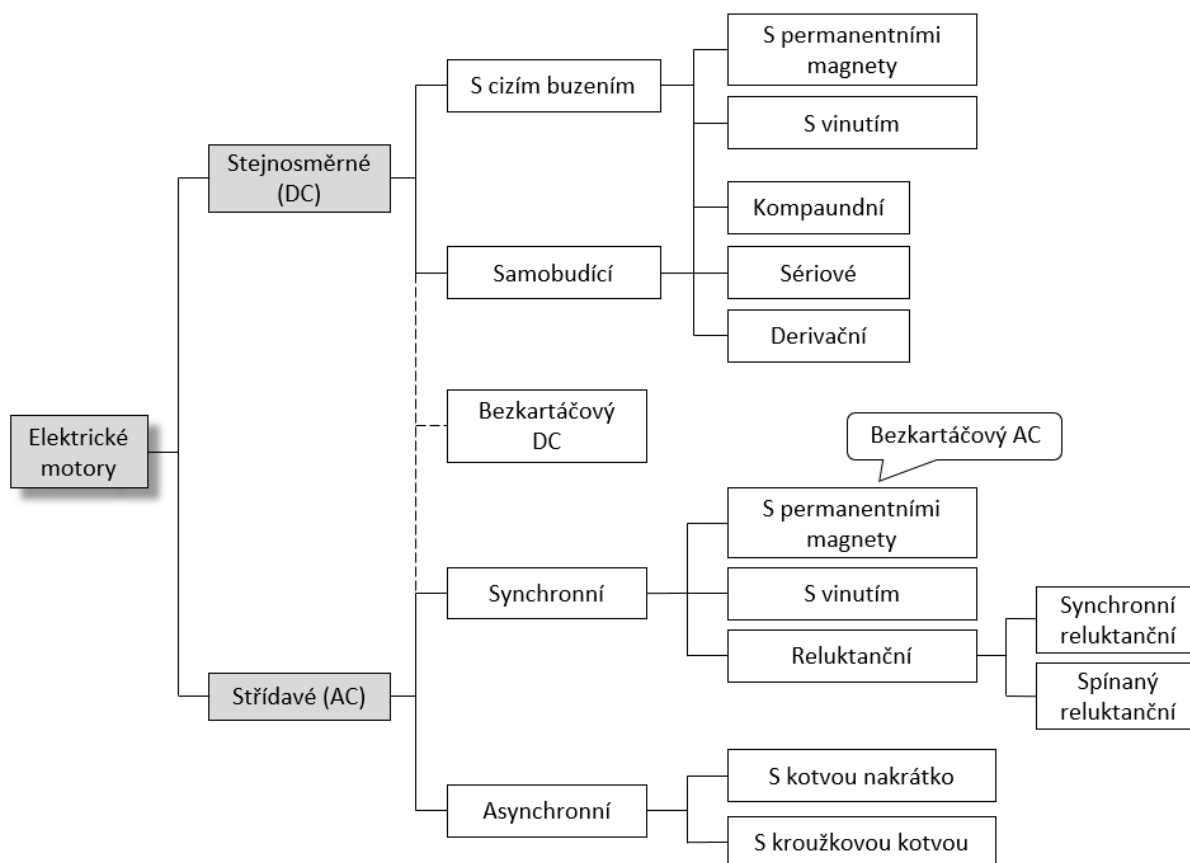
Na základě dosažených výpočetních a experimentálních výsledků je v diplomové práci vytvořen metodický postup k sestavení výpočtového modelu pro modální analýzu u kostry se statorovým svazkem asynchronního elektromotoru.

1 Asynchronní elektromotory

Elektrické motory se řadí mezi točivé elektrické stroje, jejímž primárním účelem je převedení elektrické energie na mechanickou energii. Elektrické stroje mohou být napájeny stejnosměrným napětím nebo střídavým napětím. Střídavé (nebo také indukční) elektromotory se dělí na synchronní (otáčky rotoru jsou synchronní s otáčkami točivého magnetického pole) a asynchronní (otáčky rotoru nejsou synchronní), viz Obr. 1, [1].

Dále se rozlišuje asynchronní elektromotor s kotvou nakrátko a s kroužkovou kotvou. U elektromotoru s kotvou nakrátko jsou v drážkách rotoru umístěny neizolované tyče spojené na obou stranách vodivými kruhy nakrátko. Tyče s kruhy tvoří rotorovou klec. V druhém případě je v drážkách rotoru uloženo vinutí z izolovaných vodičů, které je zapojené do hvězdy nebo trojúhelníku. Vinutí je vyvedeno na tři kroužky, na které dosedají uhlíkové kartáče připojené k rotorové svorkovnici, viz [2].

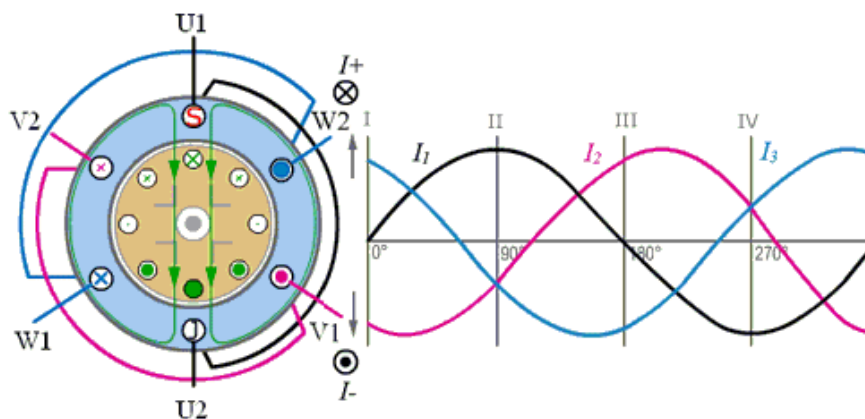
Asynchronní elektromotory patří k nejrozšířenějším elektromotorům na světě, díky střídavému napájení se používají hojně v průmyslových odvětvích a stavebnictví (dopravníky, brusky, čerpadla a další), nevyžadují náročnou údržbu a jejich životnost je omezena životností ložisek, [3].



Obr. 1 – Rozdělení elektrických motorů, [4]

Základní princip fungování třífázového asynchronního motoru je následující. Přivedením trojfázového proudu do vinutí statoru se ve statoru vytvoří točivé magnetické pole, které indukuje proud

v rotoru. Indukovaný proud vytvoří kolem rotoru magnetické pole, které reaguje na točivé magnetické pole statoru a způsobuje tak otáčení rotoru (viz Obr. 2). Mezi statorem a rotorem je vzduchová mezera, která ovlivňuje jejich magnetickou vazbu. Pro dobrou účinnost motoru by měla být co nejmenší. Velikost vzduchové mezery [5] se u malých motorů pohybuje řádově v desetinách milimetrů a u velkých motorů dosahuje i několika milimetrů.



Obr. 2 – Chod třífázového asynchronního motoru, průběh tří fází proudu I během jedné periody.

Písmena U , V a W označují fáze vinutí, 1 - začátky vinutí, 2 - konce vinutí. (Upraveno z [6])

Asynchronní motory se zapojují do hvězdy (Y) nebo do trojúhelníku (Δ). Vinutí statoru se skládá z cívek, kterými prochází každá fáze zvlášť, a každá trojice cívek tvoří jeden pól. Synchronní otáčky motoru jsou určeny frekvencí napájení a počtem pólů statoru. V Evropě a Asii se používá napájecí frekvence 50 Hz, v Americe 60 Hz a v leteckém průmyslu 400 Hz. Počet pólů může být 2, 4, 6, 8 a více (viz Tab. 1), [3].

Tab. 1 – Synchronní otáčky elektromotoru pro napájecí frekvenci 50 Hz

Počet pólů $2p$	2	4	6	8
Počet pólů p	1	2	3	4
Synchronní otáčky n_s [min^{-1}]	3 000	1 500	1 000	750
Úhel mezi póly [$^\circ$]	120	60	40	30

Synchronní otáčky n_s se vypočítají ze vztahu

$$n_s = \frac{60f}{p} [\text{min}^{-1}], \quad (1.1)$$

kde je f - frekvence napájení [Hz],
 p - počet pólů statoru.

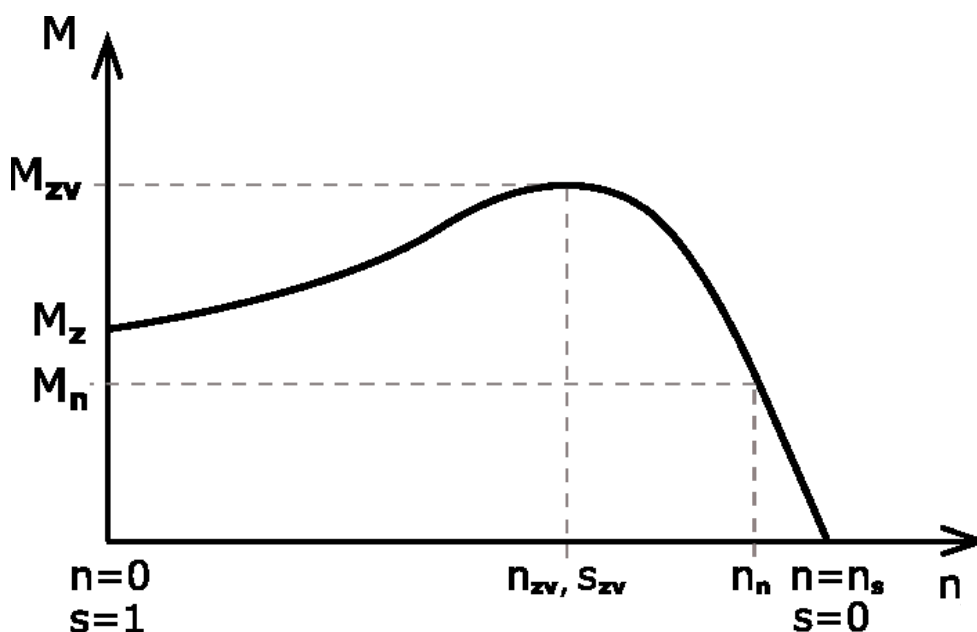
Asynchronní otáčky se obdrží odečtením tzv. skluzu od otáček synchronních. Skluzem je nejčastěji označován pokles otáček rotoru a udává se v procentech. Při napájecí frekvenci 50 Hz jsou u

dvoupólového stroje synchronní otáčky nejvýše $3\,000\text{ min}^{-1}$. Při skluzu 1 % jsou asynchronní otáčky $2\,970\text{ min}^{-1}$. Skluz s se vypočítá dle vztahu

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \cdot 100 [\%], \quad (1.2)$$

kde je n_s – počet otáček točivého magnetického pole statoru (synchronní otáčky) [min^{-1}],
 n – počet otáček rotoru [min^{-1}].

Závislost momentu motoru na otáčkách (případně na skluzu) je popsána pomocí momentové charakteristiky a na Obr. 3 je ukázán její typický tvar.



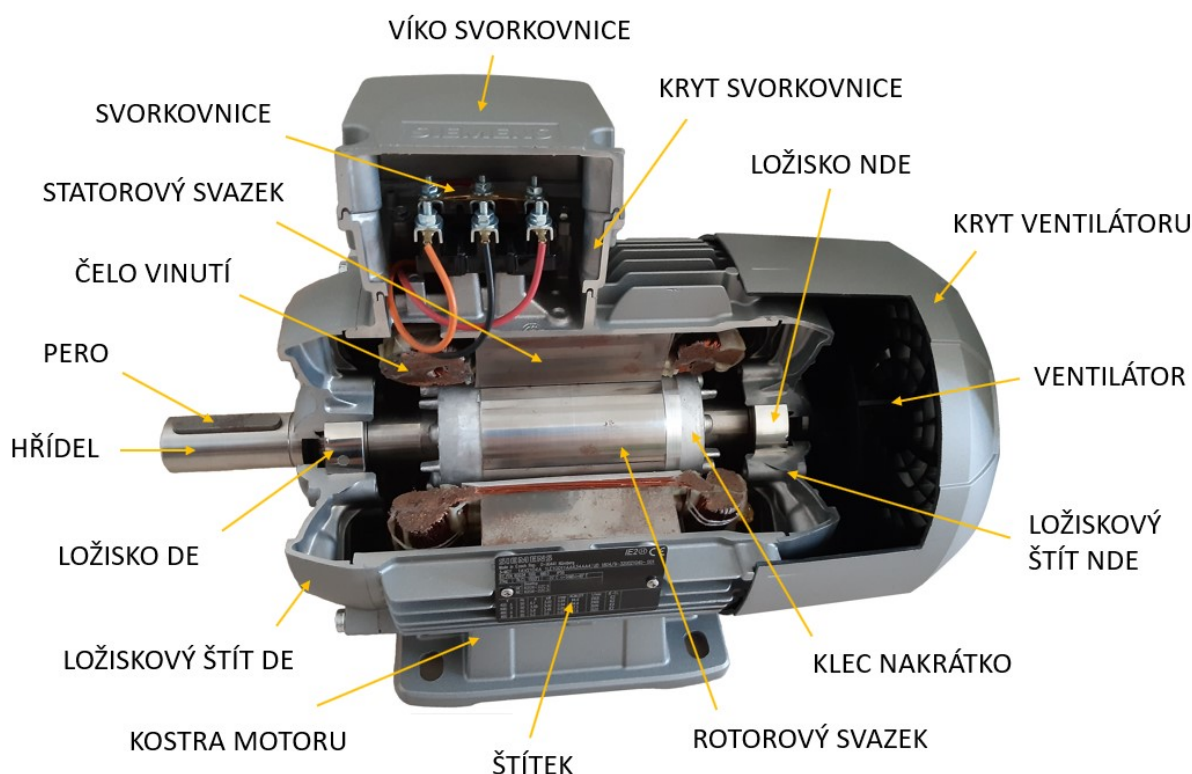
Obr. 3 – Momentová charakteristika asynchronního motoru. M_n – jmenovitý (nominální) moment,
 M_z – záběrný moment, M_{zv} – moment zvratu, n_n – jmenovité (nominální) otáčky,
 n_{zv} – otáčky zvratu, s_{zv} – skluz zvratu

Skluz rotoru dále závisí na momentovém zatížení motoru. Čím větší je zatížení, tím je větší skluz a tím dochází k většímu poklesu otáček.

Otáčky asynchronního motoru se nejčastěji regulují pomocí frekvenčního měniče.

2 Konstrukční uspořádání

Mezi nejdůležitější části třífázového asynchronního motoru s kotvou nakrátko patří kostra, stator a rotor. Tyto části se skládají z mnoha dalších dílů, které jsou zobrazeny na Obr. 4. Výroba jednotlivých částí elektromotoru je popsána v následujících kapitolách. Konstrukce se může v závislosti na typu a výkonu elektromotoru mírně lišit.



Obr. 4 – Řez třífázovým asynchronním motorem s kotvou nakrátko.

2.1 Kostra

Statorová kostra představuje nosné těleso elektromotoru. Ke kostře se montuje svorkovnice, ložiskové štíty, kryt ventilátoru a výkonový štítek.

Na kostře elektromotoru je žebrování, které zajišťuje odvod tepla z motoru. Kostra se vyrábí z šedé litiny anebo z hliníkových slitin u menších motorů, viz Obr. 5. U litinové kostry se obrábí její vnitřní průměr, hliníková kostra je odlita bez opracování. Navinutý stator se do kostry lisuje, v případě litinové kostry s přesahem za studena a v případě kostry vyrobené z hliníkové slitiny za tepla, [7].

Statorové vinutí je vyvedeno na svorkovnici se 6 svorkami, které umožňují zapojení elektromotoru do hvězdy (Y) nebo do trojúhelníku (Δ). Ze strany ventilátoru je ke kostře přišroubován ložiskový štít NDE a ze strany výstupního hřídele ložiskový štít DE. V nich jsou vestavěna ložiska, ve kterých je uložen rotor elektromotoru. Ložiska umožňují otáčení hřídele a udržují rotor v předem definované poloze. Na výkonovém štítku jsou uvedeny základní údaje o výkonu, napájení a výrobci stroje.

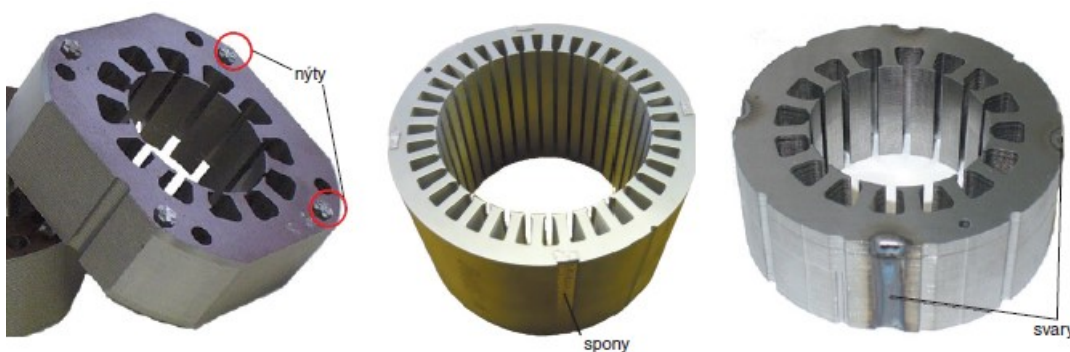


Obr. 5 – Odlitek kostry statoru, [8]

2.2 Stator

Magnetický obvod statoru je tvořen řadou plechů obvykle o tloušťce 0,5 mm, které jsou navzájem izolovány epoxidem o tloušťce v řádu jednotek či desítek mikrometrů. Epoxidem jsou plechy izolovány proto, aby se snížily ztráty v důsledku tzv. vířivých proudů, které by vznikly ve velké míře, pokud by byl stator z jednolitého celku.

Sestavování a spojení vystříhaných plechů do svazku se nazývá paketování. Existuje několik způsobů paketování, a to nýtování, sponkování a svařování, viz Obr. 6. V prvním případě jsou u každého plechu zhotoveny díry, do kterých jsou při paketování zapuštěny nýty. U sponkování se využívá plochých plechových spon, které jsou umístěny na vnější části paketu. V posledním případě jsou plechy spojovány na vnější části svařováním v ochranné atmosféře. Tloušťka vystříhaných plechů z důvodu technologie výroby není v celé ploše stejná, což může při skládání plechů způsobit výrazné rozměrové odchylky, proto se polovina svazku překládá o 180°, [3].



Obr. 6 – Paketování pomocí nýtu, spony a svaru, [3]

2.3 Vinutí statoru

Statorové drážky se nejprve izolují plátovanými izolačními materiály a poté se do nich vkládá vinutí. Vkládání se provádí ručně nebo nejčastěji pomocí vtahovacího nástroje, kdy se nejdříve navinou

cívky v navíjecím stroji a až poté se vtáhnou do drážek statoru (viz Obr. 7). Po vtažení vinutí do statoru se provádí tvarování čel vinutí. Následuje elektrické propojení cívek mezi sebou a obšívání čel vinutí tkanicí nebo nití pro jejich větší zpevnění. Aby se vinutí ochránilo před působením okolních elektrických, mechanických vlivů, vlhkosti, škůdci a před dalšími vlivy, se buď provádí impregnace vinutí zakapáním vhodné látky (syntetická pryskyřice), nebo namočením do impregnačního laku, viz [3].

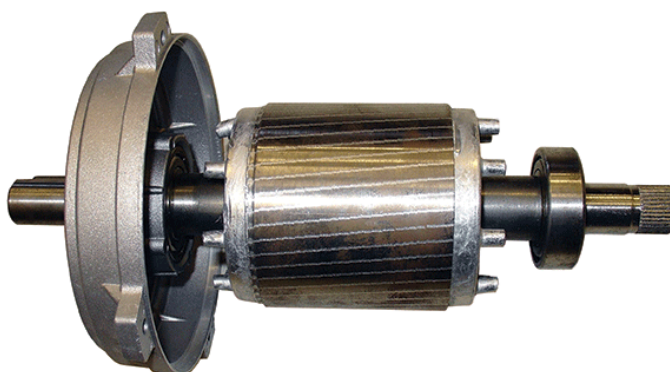


Obr. 7 – Vtahování vinutí do statorových drážek, [3]

U elektromotorů se užívá více druhů vinutí a rozeznává se vinutí překládané, soustředné, jednovrstvé a vícevrstvé, dále existují rámové cívky a U-cívky, [5].

2.4 Rotor

Stejně jako u statoru je rotor tvořen svazkem plechů. Nejdříve jsou plechy nasazeny na pomocný trn a ten je vložen do stříkací formy lisu, kde je za vysokého tlaku a teploty odlita klec nakrátko. Rotorová klec představuje vinutí. Klec se vyrábí z hliníku s čistotou 99,5 % nebo ze slitin hliníku (silumin). Z odlitého rotorového svazku je odstraněn pomocný trn a svazek je nalisován na hřídel. Rotor je uložen v ložiscích (Obr. 8). Na jednom konci hřídele je upevněn ventilátor, který slouží k chlazení elektromotoru. Druhý konec hřídele je vyveden ven a slouží k napojení přes spojku k dalším zařízením jako je například převodovka, [3].



Obr. 8 – Rotor s kotvou nakrátko s nasazenými ložisky a jedním štítem, [9]

3 Přístupy k tvorbě výpočtového modelu modální analýzy kostry a statoru elektromotoru

Při tvorbě výpočtového modelu kostry a statoru elektromotoru pro modální analýzu je klíčové postihnout geometrické a fyzikální vlastnosti sestavených komponent, tj. spaketovaných plechů s vinutím. Některé součásti jako je statorový svazek a vinutí mají reálně velmi komplikovanou geometrii, a proto se hledají způsoby sestavení jejich ekvivalentního výpočtového modelu. Zahrnutí výrobních operací – laminace plechů, stažení svazku, izolace a stažení vinutí, impregnace, nalisování svazku do kostry a případně přimontování kostry elektromotoru k základové desce – do výpočtového modelu je komplikované a bez geometrických zjednodušení nemožné.

Za účelem postihnutí všech důležitých fyzikálních jevů do výpočtového modelu je potřeba sestavit dílčí výpočtové modely součástí. Provést výpočetní simulace a dosažené výsledky verifikovat s experimentálně naměřenými daty. Je-li model dílčích částí elektromotoru verifikován s měřením, je možné části elektromotoru spojovat ve složitější celky.

V následujících kapitolách jsou pospány různé přístupy k výpočtovému modelování kostry, statorového svazku a vinutí elektromotoru.

3.1 Kostra, ložiskové štíty a svorkovnice

Protože je kostra odlitkem, předpokládají se u ní izotropní materiálové vlastnosti. Materiálové parametry kostry lze většinou nalézt v katalogovém listu elektromotoru. Ačkoliv je geometrie kostry z důvodu žebrování značně členitá, je-li k dispozici výkonnější výpočetní technika, není potřeba reálnou geometrii kostry zjednodušovat.

U ložiskových štítů, krytu a víka svorkovnice se také předpokládají izotropní materiálové vlastnosti. Při modelování je třeba vzít v úvahu, jestli je mezi dílci těsnění a jakým způsobem jsou tyto díly přichyceny ke kostře. Nejčastěji se jedná o spojení pomocí šroubů.

3.2 Statorový svazek

Statorový svazek se skládá z mnoha plechů, které mají na povrchu izolační vrstvu epoxidové pryskyřice, jejíž tloušťka je o dva řády menší než tloušťka plechů. Modelování jednotlivých vrstev je výpočetně velmi náročné, proto se statorový svazek modeluje nejčastěji jako homogenní těleso o odpovídajících materiálových vlastnostech.

Obecně jsou vlastnosti materiálu v různých směrech různé, jedná se o anizotropní materiálové vlastnosti. K popsání anizotropního chování je potřeba určit hustotu materiálu a k tomu 21 nezávislých materiálových konstant, což je problematické, proto se v praxi používají zjednodušující předpoklady o chování materiálu. Vlastnosti ortotropního materiálu jsou ve 3 směrech různé a pro jeho určení je zapotřebí 9 nezávislých konstant. Z experimentu dle [10] však vyplývá, že vlastnosti statorového svazku jsou odlišné pouze ve 2 směrech, a to v axiálním směru (tj. směr pokládání plechů) a v kolmém směru

(tj. v rovině plechu). Jedná se o materiál s tzv. transversální izotropií, pro který je potřeba znát 5 nezávislých konstant. Pro nejjednodušší izotropní chování materiálu je potřeba stanovit 2 nezávislé konstanty.

V následujících kapitolách jsou prezentovány různé přístupy při modelování statorového svazku a výpočtu materiálových konstant.

3.2.1 Analytické vztahy k výpočtu materiálových parametrů pro transversální izotropii

Analytické řešení, viz [11] předpokládá, že ocelový plech a epoxid se chovají jako izotropní materiál a že materiály jsou k sobě dokonale přilepeny. Poměr objemu oceli k celkovému objemu laminátu udává objemový podíl oceli φ a je dán výrobcem. Vztahy pro výpočet parametrů transversálně izotropního materiálového chování jsou

$$\rho_l = \rho_o \varphi + \rho_e (1 - \varphi), \quad (3.1)$$

$$E_p = E_o \varphi + E_e (1 - \varphi), \quad (3.2)$$

$$E_z = \left(\frac{\varphi}{E_o} + \frac{1 - \varphi}{E_e} \right)^{-1}, \quad (3.3)$$

$$\mu_p = \mu_o \varphi + \mu_e (1 - \varphi), \quad (3.4)$$

$$\mu_{zp} = \mu_p \frac{E_z}{E_p}, \quad (3.5)$$

$$G_o = \frac{E_o}{2(1 + \mu_o)}, \quad (3.6)$$

$$G_e = \frac{E_e}{2(1 + \mu_e)}, \quad (3.7)$$

$$G_p = \frac{E_p}{2(1 + \mu_p)}, \quad (3.8)$$

$$G_{zp} = \frac{G_e G_o}{G_e \varphi + G_o (1 - \varphi)}, \quad (3.9)$$

kde je ρ_l, ρ_o a ρ_e – hustota laminátu, oceli a epoxidu,

E_o a E_e – modul pružnosti v tahu oceli a epoxidu,

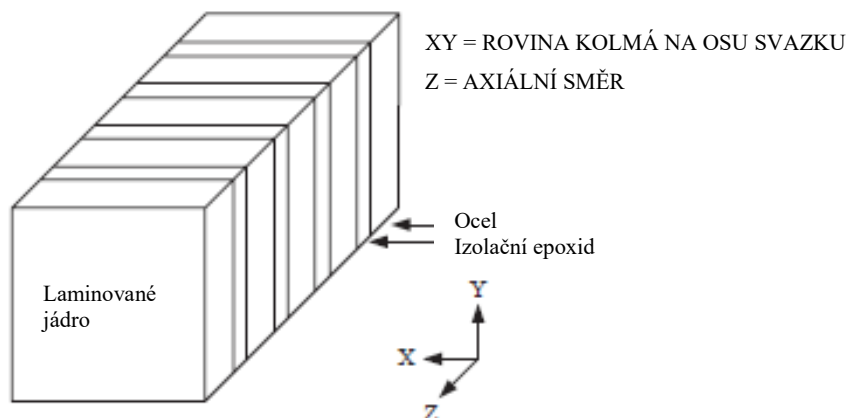
E_p a E_z – modul pružnosti v tahu laminátu ve směrech x, y a v axiální směru,

μ_o a μ_e – Poissonovo číslo oceli a epoxidu,

μ_p a μ_{zp} – Poissonovo číslo laminátu mezi směry x, y (y, x) a mezi směry z, x a z, y,

G_o a G_e – modul pružnosti ve smyku oceli a epoxidu,

G_p a G_{zp} – modul pružnosti ve smyku laminátu v rovině dané směry x, y a modul pružnosti ve smyku laminátu v rovině dané směry z, x a v rovině dané směry z, y (Obr. 9).



Obr. 9 – Laminovaná struktura statorového svazku, [11]

3.2.2 Využití ultrazvuku

Modul pružnosti statorového svazku malého SRM motoru (spínaný reluktanční motor) je v [12] stanoven z měření ultrazvuku. Statorový svazek se umístí mezi vysílač a přijímač a měří se doba, za kterou urazí ultrazvukový puls skrz statorový svazek od vysílače k přijímači. Na základě naměřeného času a vzdálenosti se vypočítá rychlost ultrazvukové vlny. Dále se vychází ze vzorce, který je platný pro měření na homogenní tyči, jejíž rozměry jsou delší, než je vlnová délka ultrazvuku. Pro rychlost vlny c platí

$$c = \sqrt{\frac{1 - \mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}} \frac{E}{\rho}. \quad (3.10)$$

Vyjádřením modulu pružnosti E se získá vztah

$$E = \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{1 - \mu} \rho c^2. \quad (3.11)$$

Rovnice obsahuje ještě neznámou hodnotu Poissonova čísla μ , kterou je potřeba odhadnout, a stanovit hustotu ρ svazku plechů.

3.2.3 Optimalizace pomocí nástrojů ve FEM softwaru

Řada výpočetních softwarů využívající FEM obsahuje optimalizační balíček, který lze využít pro nalezení materiálových vlastností statorového svazku. Nejprve je potřeba získat vlastní frekvence a tvary z měření. Poté se ve FEM softwaru definují vstupní a výstupní proměnné a stanoví se jejich meze. Vstupními proměnnými pro izotropní nebo transverzálně izotropní chování materiálu jsou hustota, modul pružnosti a Poissonovo číslo. Výstupními proměnnými jsou vlastní frekvence a vlastní tvary. Optimalizační problém je definován jako nalezení minima relativní chyby mezi vypočítanými a naměřenými vlastními frekvencemi u odpovídajících si vlastních tvarů. Tato metoda byla aplikována v článku [10].

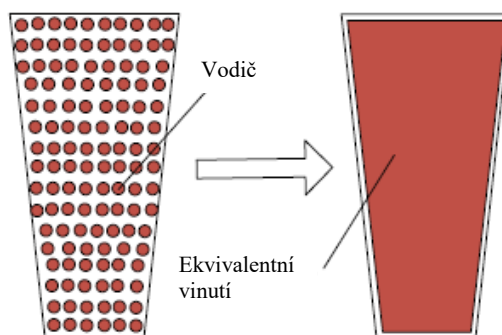
3.3 Vinutí statoru

Ze všech částí elektromotoru je výpočtový model vinutí statoru nejsložitější. Nelze modelovat každý drát zvlášť, proto se často přistupuje k nahrazení vinutí jedním homogenním tělesem. Problém je, že vinutí není tvořeno jen materiálem drátů, ale i plátkovou izolací a impregnací. Vinutí se vkládá do drážek statoru a ne vždy zaplňuje celý objem drážky (záleží na druhu vinutí). Čela vinutí se navíc obšívají tkanicí a tím se zvyšuje jejich tuhost a následně se ještě impregnují. Z důvodů modelování se rozlišuje vinutí v drážkách statoru a na čelech.

Přístupy k sestavení výpočtového modelu vinutí statoru jsou prezentovány v následujících podkapitolách.

3.3.1 Ekvivalentní materiálové parametry

Vinutí, které je napěchované v drážce statoru společně s impregnačním lakem (Obr. 10), je v článku [13] považováno za druh laminátu s dlouhými vlákny, jehož materiálové vlastnosti jsou různé ve směru osy statorového svazku a v příčném směru. To odpovídá transversálně izotropním vlastnostem materiálu. Výpočet parametrů transversálně izotropního materiálu je v případě laminátu s dlouhými vlákny jiný než u laminátu statorového svazku. Odvození vztahů pro výpočet materiálových parametrů lze nalézt v [14].



Obr. 10 – Schéma vinutí v drážce, [13]

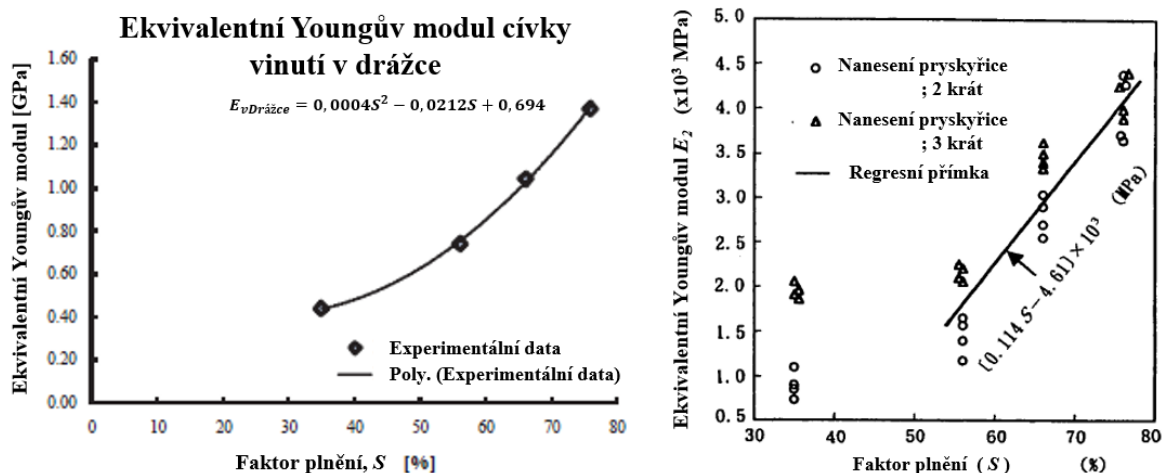
Další způsob výpočtu ekvivalentního modulu pružnosti v tahu je pomocí rovnic získaných regresí z naměřených dat, viz [15]. Modul pružnosti vinutí je jiný v drážce statoru a jiný u čela vinutí. Vinutí vystupující z drážek statoru tvoří prstenec, který je svázán a impregnován. Jak lze vidět na Obr.11, ekvivalentní modul pružnosti vinutí v drážce statoru lze spočítat pomocí rovnice

$$E_{vDrážce} = 0,0004 \cdot S^2 - 0,0212 \cdot S + 0,694 \text{ [GPa]} \quad (3.12)$$

a ekvivalentní modul pružnosti čela vinutí se spočítá podle

$$E_{čela} = (0,114 \cdot S - 4,61) \cdot 10^3 \text{ [MPa]}, \quad (3.13)$$

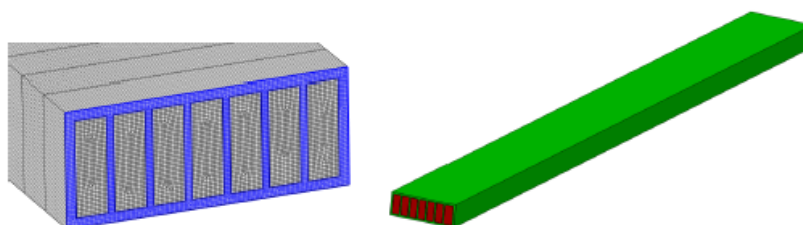
kde S - je faktor plnění v [%]. První rovnice je použitelná pro faktor plnění v rozmezí $S = 50-80 \%$ a druhá rovnice pro rozmezí $S = 35-80 \%$.



Obr. 11 – Ekvivalentní modul pružnosti cívky vinutí v drážce (vlevo) [11], v čelech vinutí (vpravo) [15]

3.3.2 Tvarovaná cívka

U výpočtového modelu tvarované cívky autor v [16] vychází nejprve z vnitřní části cívky ve statorovém paketu. Model vnitřní části cívky obsahuje pasové vodiče s vnější izolací (viz Obr. 12), pro které jsou definovány materiálové vlastnosti dle výrobní dokumentace. Pomocí experimentu byly v simulaci nastaveny okrajové podmínky a materiálové vlastnosti vodičů a izolace tak, aby vlastní frekvence a tvary kmitání byly blízké naměřeným. Dále byl vytvořen zjednodušený model tvaru kváдру, u kterého byly nalezeny náhradní izotropní materiálové vlastnosti (modul pružnosti, Poissonovo číslo a hustota) pro vypočítané a změřené vlastní frekvence a tvary.



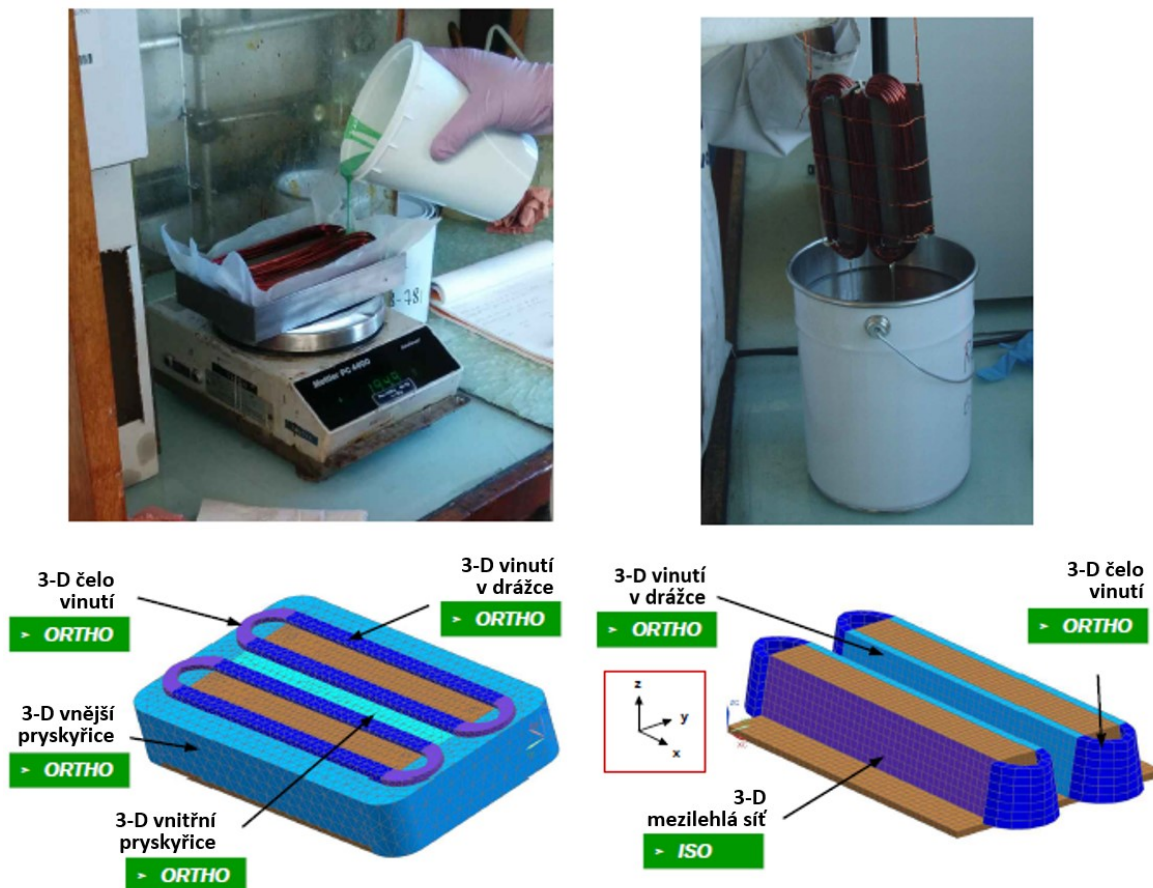
Obr. 12 – Tvarovaná cívka a její model, [16]

Čelo vinutí, které je složeno z vnějších tvarovaných částí cívek, které jsou navzájem svázaný, tvoří vnější prstenec. Prstenec byl modelován jako těleso se stejnými materiálovými vlastnostmi jako vinutí v drážce.

3.3.3 Statorové vinutí SRM motoru

V disertační práci [17] se zkoumá vliv vinutí a impregnace na vlastní frekvence statoru SRM motoru, u kterého je cívka vinutí vždy kolem jednoho statorového zubu. Zkoumaným vzorkem jsou dva spojené statorové zuby (Obr. 13), které jsou vyrobeny z oceli namísto laminované struktury. Dále je upravena tloušťka válce tak, aby frekvence ohybových módů byly pro měření dostatečně nízké. Impregnace je aplikována na vzorek s navinutými cívkami dvěma způsoby. První způsob impregnace je proveden kompletním zalitím vzorku pryskyřicí, která později vytvrdne. Druhý způsob impregnace je

proveden namočením a vytažením vzorku v pryskyřici. FEM model je vytvořen zvlášť pro každý typ impregnace, viz Obr. 13, a je rozdělen na podoblasti, pro které jsou definovány různé materiálové vlastnosti. Modely jsou vytvářeny různými přístupy například pomocí 3D elementů nebo 2D elementů, s čely vinutí nebo bez čel a další varianty. Výsledky ze simulací jsou porovnávány s experimentem.



Obr. 13 – Impregnace statorových zubů zalitím (vlevo), namočením (vpravo)
a jejich FEM modely, [17]

3.3.4 Ekvivalentní hustota

Dle článku [12] se vinutí může podílet na zvýšení tuhosti statoru, pokud je jeho objemová hustota v drážce vysoká. Nicméně zvýšení tuhosti statoru, je přidáním vinutí nízké, ve srovnání se zvýšením hmotnosti statoru. Uváží-li se pouze vliv hmotnosti, zůstává geometrie stejná jako bez vinutí s tím rozdílem, že zuby statoru jsou z materiálu o jiné ekvivalentní hustotě. Tato ekvivalentní hustota zubu statoru se vypočítá dle vztahu

$$\rho_e = \frac{m_{zubu} + m_{cívky}}{V_{zubu}}, \quad (3.14)$$

kde je m_{zubu} – hmotnost zubu,

$m_{cívky}$ – hmotnost cívky navinuté kolem jednoho zubu a

V_{zubu} – objem statorového zubu.

Jednotlivé parametry jsou vypočítány ze vztahů

$$V_{zubu} = L_{svazku} \cdot H_{zubu} \cdot W_{zubu}, \quad (3.15)$$

$$m_{zubu} = \rho_{zubu} \cdot f_{svazku} \cdot V_{zubu}, \quad (3.16)$$

$$f_{svazku} = \frac{n_s \cdot l_s}{L_{svazku}} \quad (3.17)$$

a

$$m_{civky} = N_{zavitu} \cdot \rho_{civky} \cdot (\pi \cdot W_{zubu} + 2L_{svazku}) \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_{dratu}}{2}\right)^2, \quad (3.18)$$

kde je L_{svazku} , H_{zubu} a W_{zubu} – délka, výška a šířka zubu (Obr. 14),

ρ_{zubu} a ρ_{civky} – hustota zubu a cívky,

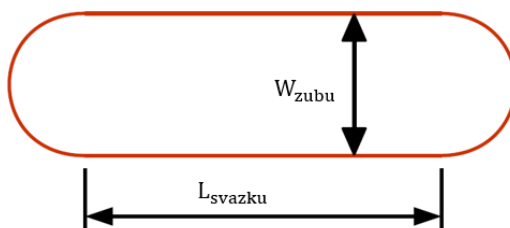
f_{svazku} – objemový podíl svazku (obvykle se pohybuje v rozmezí 0,92-0,95),

n_s – počet statorových plechů,

l_s – tloušťka statorových plechů,

N_{zavitu} – počet navinutí drátu kolem jednoho zubu a

D_{dratu} – průměr drátu.



Obr. 14 – Jeden závit cívky vinutí [17]

3.4 Nalisování statorového svazku do kostry

V této kapitole je zkoumán vliv zahrnutí nalisování na vlastní frekvence. Úloha je řešena pomocí výpočetního systému ANSYS Workbench. Výpočet je rozdělen do dvou částí. V první části je provedena nelineární statická analýza spoje s přesahem, ve které se řeší kontakt mezi tělesy. V druhé části je provedena předepjatá modální analýza.

Následuje vysvětlení základní podstaty řešení kontaktních úloh a předepjaté modální analýzy v softwaru ANSYS Workbench.

3.4.1 Kontaktní algoritmy užívané v softwaru ANSYS

Mezi nejčastěji používané algoritmy pro kontaktní úlohy patří Pokutový přístup (Penalty Algorithm) a Rozšířená Lagrangeova metoda. Pokutový přístup používá kontaktní prvky pro vytvoření vztahu mezi dvěma kontaktními povrchy (Obr. 15) a jejich tuhost se nazývá kontaktní tuhost, viz [18].

Skalární tvar rovnice pro pokutový přístup je

$$F_n = k_n \cdot x_p, \quad (3.19)$$

kde je F_n – kontaktní síla přenášená mezi kontaktním párem,

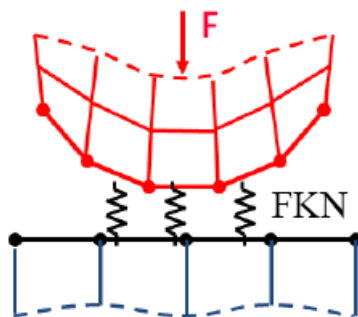
k_n – normálová kontaktní tuhost,

x_p – penetrace kontaktních povrchů.

Rozšířená Lagrangeova metoda (Augmented Lagrangian method) je založena na Pokutovém přístupu a rozšiřuje rovnováhu (3.19) o Lagrangeovy multiplikátory λ , které mají fyzikální význam kontaktního tlaku

$$F_n = k_n \cdot x_p + \lambda. \quad (3.20)$$

Kontaktní tlak se během iterací zvyšuje, dokud je výsledná penetrace menší než dovolená tolerance. Ve srovnání s Pokutovým přístupem Rozšířená Lagrangeova metoda vede k lepší podmíněnosti úlohy a je méně citlivá na velikost kontaktní tuhosti, ale v některých případech vyžaduje větší počet iterací, protože přidává další stupně volnosti, viz [18], [19].



Obr. 15 – Schéma kontaktního páru [12]

3.4.2 FKN a FTOLN

V softwaru ANSYS Workbench jsou obě metody ovlivněny parametry normálové kontaktní tuhosti (FKN) a faktorem penetrační tolerance (FTOLN). Větší hodnota tuhosti zmenšuje penetraci, ale může vést ke špatně podmíněné úloze a k problémům s konvergencí. Použití malé kontaktní tuhosti způsobí větší penetraci a méně přesné výsledky. Ideální stav je, když tuhost je dostatečně vysoká, a tedy je malá penetrace a nejsou problémy s konvergencí výpočtu.

Faktor normálové kontaktní tuhosti (FKN) se v ANSYSu obvykle pohybuje v rozmezí hodnot 0,1-10,0 (přednastavená hodnota je 1,0). Lze zadat i absolutní hodnotu normálové kontaktní tuhosti. Přednastavená kontaktní normálová tuhost je ovlivněna materiálovými vlastnostmi, velikostí elementu a uživatelem definovanou penetrační tolerancí (FTOLN) a během řešení může být ovlivněna i dalšími faktory.

Faktor penetrační tolerance (FTOLN) je menší než hodnota 1,0 (přednastavena je hodnota 0,1). Lze zadat i absolutní hodnotu penetrační tolerance. FTOLN je založen na hloubce překrytí elementů a určuje,

jestli je splněna podmínka penetrační kompatibility. Ta je splněna v případě, že penetrace se nachází v dovolené toleranci (FTOLN vynásobený hloubkou překrytí elementu). Hodnota hloubky překrytí je průměrná hodnota hloubek překrytí z každého kontaktního páru.

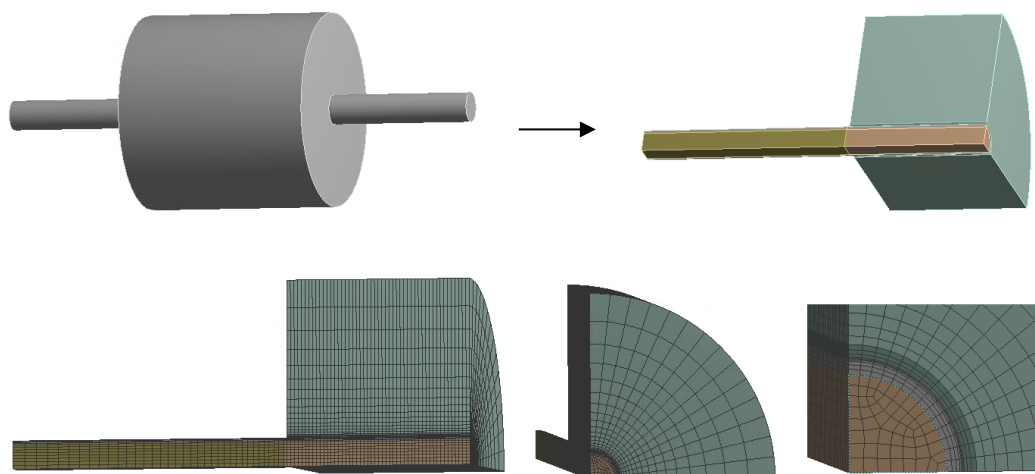
Lze předpokládat, že přednastavená kontaktní normálová tuhost je nepřímo úměrná koncové penetrační toleranci. Čím menší je penetrační tolerance, tím větší je normálová kontaktní tuhost, viz [18].

3.4.3 Testovací úloha – statický výpočet

Testovací úloha je tvořená hřídelí s nalisovaným kotoučem. Obě tělesa jsou ze stejného materiálu a jejich geometrické a fyzikální parametry jsou uvedeny v Tab. 2. V úloze je využito normálové a cyklické symetrie, model tak tvoří jen 1/8 úlohy. Sít' konečných prvků je zobrazena na Obr. 16 a v místě kontaktu byla zahuštěna.

Tab. 2 – Geometrické a fyzikální parametry

Název	Hodnota	Jednotka
Poloměr hřídele r_1	15	mm
Délka hřídele l_1	500	mm
Vnější poloměr válce r_2	100	mm
Délka válce l_2	200	mm
Přesah Δr_1	0,141	mm
Hustota ρ	7 850	kg·m ⁻³
Modul pružnosti E	200 000	MPa
Poissonovo číslo μ	0,3	-
Koeficient tření f	0,02	-



Obr. 16 – Model sestavy válce a hřídele a konečno prvková síť

Tab. 3 – Varianty nastavení kontaktních parametrů ve statické analýze

		Faktor penetrační tolerance	Penetrační tolerance absolutně	Faktor normálové kontaktní tuhosti	Normálová kontaktní tuhost absolutně	Kontaktní tlak	Výsledná penetrace
		[-]	[mm]	[-]	[N·mm ⁻³]	[MPa]	[mm]
I	1	PC	PC	PC	PC	917,1	1,372E-02
II	1	0,4	PC	PC	PC	709,6	4,2E-02
	2	0,2	PC	PC	PC	835,6	2,5E-02
	3	0,1	PC	PC	PC	917,1	1,4E-02
	4	0,05	PC	PC	PC	964,1	7,2E-03
	5	0,01	PC	PC	PC	1005,3	1,5E-03
	6	0,001	PC	PC	PC	1015	1,5E-04
	7	0,0001	PC	PC	PC	1016,6	1,5E-05
III	1	PC	PC	1,5	PC	947,9	9,5E-03
	2	PC	PC	1	PC	917,1	1,4E-02
	3	PC	PC	0,5	PC	835,6	2,5E-02
	4	PC	PC	0,1	PC	633,6	5,3E-02
	5	PC	PC	0,05	PC	611,37	5,6E-02
	6	PC	PC	0,01	PC	622,97	5,7E-02
IV	1	0,01	PC	0,5	PC	994,7	2,9E-03
	2	0,001	PC	0,5	PC	1013,6	2,9E-04
	3	0,01	PC	0,1	PC	988,1	4E-03
	4	0,001	PC	0,1	PC	1014,2	4,4E-04
V	1	/	1	/	1E+06	1008,8	1E-03
	2	/	0,1	/	1E+06	1008,8	1E-03
	3	/	0,01	/	1E+06	1008,8	1E-03
	4	/	0,001	/	1E+06	1012,5	5,1E-04
	5	/	0,0001	/	1E+06	1015,6	6,5E-05
	6	/	0,00001	/	1E+06	1016	8,2E-06
VI	1	/	0,001	/	1E+08	1016,8	1E-05
	2	/	0,001	/	1E+07	1016	1E-04
	3	/	0,001	/	1E+05	1010,6	7,7E-04
	4	/	0,001	/	1E+04	1009,2	9,6E-04
	5	/	0,001	/	1E+03	Nekonverguje	

Kontakt mezi tělesy je definován jako třecí kontakt s koeficientem tření $f = 0,02$. Pro výpočet kontaktu je zvolena Rozšířená Lagrangeova metoda. Výpočet úlohy (viz Tab. 3) je proveden pro šest variant (označených římskými číslicemi I-VI) a pro jejich modifikace (označené arabskými čísly), ve

kterých jsou měněny hodnoty FKN a FTOLN zadané absolutně nebo pomocí faktoru. Ostatní kontaktní parametry jsou nastaveny jako „Program Controlled“ (PC).

Kontaktní tlak je vyhodnocen v bodě dotyku rovin symetrie. Hodnota kontaktního tlaku ve střední části je konstantní. Na okrajích válce a v blízkosti hřídele jsou změny hodnot kontaktního tlaku výrazné v důsledku změny stavu napjatosti.

Pro výpočet kontaktního napětí ve střední části nalisovaného spoje jsou splněny předpoklady o napjatosti pro analytické řešení, které vychází z teorie tlustostěnných nádob. Pro dvě nalisované tlustostěnné nádoby platí pro kontaktní tlak p vztah

$$p = \frac{\Delta r_1 \cdot E \cdot (r_2^2 - r_1^2)}{2r_1 r_2^2} = \frac{0,141 \cdot 200\,000 \cdot (100^2 - 15^2)}{2 \cdot 15 \cdot 100^2} = 918,85 \text{ MPa} \quad (3.21)$$

Při použití nastavení PC (varianta I-1) vychází kontaktní tlak ve vyšetřovaném místě 917,1 MPa. Tato hodnota se od analytického řešení liší pouze o 0,2 %. Výsledná penetrace po nalisování je 0,0137 mm, což odpovídá 9,7 % přesahu. Vypočítaný kontaktní tlak se sice shoduje s analytickým řešením, ale výsledná penetrace je velká.

Hodnoty variant I-1, II-3 a III-2 jsou shodné, což napovídá, že nastavení kontaktu je v těchto případech totožné. Porovnáním těchto variant lze určit, že ve variantě I-1 volba PC byla FTOLN = 0,1 a FKN = 1. Správnost této úvahy lze ověřit ve výpisu řešiče „Solution Information“.

Z tabulky dále vyplývá, že čím je menší penetrace nebo větší kontaktní tuhost, tím je vyšší kontaktní tlak. Ovšem od určité hodnoty penetrace nedochází k výraznému nárůstu kontaktního tlaku a kontaktní tlak dosáhne své maximální hodnoty. V této úloze je to hodnota 1017 MPa, která se liší od analytického řešení o 10,7 %. Vypočítaný kontaktní tlak se od analytického značně liší, naopak hodnota výsledné penetrace je v tomto případě velmi malá, což je blíž skutečnosti.

Z variant II, IV a V je zřejmé, že snižování hodnoty faktoru FTOLN má za následek vyšší kontaktní tlak a menší výslednou penetraci. Stejný účinek má snižování absolutní hodnoty FTOLN. Z variant III, IV a VI vyplývá, že zvyšování hodnoty faktoru FKN má za následek vyšší kontaktní tlak a menší výslednou penetraci. Stejný účinek má snižování absolutní hodnoty FKN. Z výše uvedeného vyplývá, že normálová kontaktní tuhost je nepřímo úměrná k penetrační toleranci.

Pokud jsou obě hodnoty FKN a FTOLN zadány absolutně (Varianta V a VI), není zřejmé, jakým způsobem ANSYS parametry kontaktu zvolil. Zajímavý jev lze pozorovat u varianty VI, kdy snižování FTOLN zpočátku nemá vliv, ale později dochází ke zvýšení kontaktního tlaku.

3.4.4 Předepjatá modální analýza

Pohybová rovnice pro volné netlumené kmitání má tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (3.22)$$

kde je \mathbf{M} – matice hmotnosti,

\mathbf{K} – matice tuhosti soustavy,

$\ddot{\mathbf{q}}$ a \mathbf{q} – vektory zrychlení a posunutí,

$\mathbf{0}$ – nulový vektor.

Řešení se předpokládá ve tvaru

$$\mathbf{q} = \mathbf{v} \cdot \sin(\Omega \cdot t + \varphi), \quad (3.23)$$

kde je \mathbf{v} – vektor amplitud posuvů,

Ω – netlumená vlastní kruhová frekvence,

t – čas,

φ – fázový posuv.

Dosazením řešení do Rov. (3.22) se získá následující vztah

$$(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}) \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0}. \quad (3.24)$$

Netriviální řešení soustavy se obdrží, pokud je frekvenční determinant roven nule

$$\det(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}) = 0. \quad (3.25)$$

Vliv předpětí je do rovnice zahrnut modifikováním tuhosti, viz [20]. K matici tuhosti \mathbf{K} je přidána tzv. geometrická matice tuhosti \mathbf{K}_G . Rovnice (3.25) dostane podobu

$$\det(\mathbf{K} + \mathbf{K}_G - \Omega^2 \mathbf{M}) = 0. \quad (3.26)$$

Při výpočtu předepjaté modální analýzy je nejprve vypočtena statická analýza

$$\mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}, \quad (3.27)$$

kde je \mathbf{F} – vektor zatížení.

Z řešení (3.27) se vypočítá geometrická matice tuhosti \mathbf{K}_G . Poté se provede modální analýza dle Rov. (3.26), viz [20], [21].

V softwaru ANSYS Workbench lze předepjatou modální analýzu provést pro 3 možnosti zahrnutí kontaktní tuhosti. Tyto možnosti jsou „User True Status“ (UTS), „Force Sticking“ (FS) a „Force Bonded“ (FB). UTS převádí třecí kontakt v modální analýze na kontakt „No separation“, kdy kontaktní plochy mohou po sobě klouzat, ale nemohou se oddělit. FS lze použít pouze pro kontaktní páry se třením. Užitím FB jsou kontaktní plochy vzájemně spojeny a nemůže mezi nimi docházet k prokluzu, viz [22].

3.4.5 Testovací úloha – předepjatá modální analýza

Po provedení nalisování válce na hřídel pomocí statické analýzy, popsané v předchozím odstavci, je možné přejít k modální analýze. Analýza volného netlumeného kmitání je provedena pro model hřídele a válce z jednoho celku a pro nastavení předepjaté modální analýzy v ANSYS Mechanical na UTS, FS a FB. V Tab. 4 jsou uvedeny výsledky vypočítaných nenulových vlastních frekvencí.

Tab. 4 – Vlastní frekvence pro různé způsoby zahrnutí kontaktní tuhosti

	Bez nalisování	UTS		FS		FB	
P.č.	f [Hz]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]
1	861,3	826,4	-4,1	833,1	-3,3	833,1	-3,3
2	861,5	826,4	-4,1	833,1	-3,3	833,1	-3,3
3	917,5	/	/	/	/	/	/
4	917,7	/	/	/	/	/	/
5	4829,9	4671,7	-3,3	4700,7	-2,7	4700,7	-2,7
6	4830,8	4671,7	-3,3	4700,7	-2,7	4700,7	-2,7
7	4872,2	/	/	/	/	/	/
8	4873,2	/	/	/	/	/	/
9	5058,6	/	/	/	/	/	/
10	5062,4	4963,6	-2,0	4991,8	-1,4	4991,8	-1,4
11	7389,8	7175,5	-2,9	7230,0	-2,2	7230,0	-2,2
12	7650,4	/	/	/	/	/	/
13	7828,3	/	/	/	/	/	/
14	9853,1	9833,3	-0,2	9839,2	-0,1	9839,2	-0,1
15	9853,2	9833,3	-0,2	9839,2	-0,1	9839,2	-0,1

Protože bylo použito normálové symetrie, nebyly zachyceny u UTS, FS a FB asymetrické módy. Pro danou kontaktní úlohu se třením vychází vlastní frekvence pro FS a FB stejně. Z Tab. 4 je patrné, že nalisování má za následek snížení vlastních frekvencí. V porovnání s modelem bez nalisování je největší odchylka vlastních frekvencí u modelu UTS a činí 4,1 %. U modelu s FS a FB je nejvyšší odchylka 3,3 %. Kontakt mezi hřídelí a válcem je díky nastavení FS a FB slepený, to má za důsledek vyšší frekvence než u nastavení s UTS.

Z výsledků plyne, že pro danou úlohu má zahrnutí nalisování do výpočtového modelu nezanedbatelný vliv na nižší vlastní frekvence.

3.5 Testovací úloha – výpočtové modely spojení elektromotoru se základovou deskou

Montáž elektromotoru k základové desce může výrazně ovlivnit vlastní frekvence elektromotoru z volného uložení. Na změnu okrajových podmínek uložení má vliv povrch dosedacích ploch elektromotoru a základové desky, její tuhost a způsob spojení elektromotoru se základovou deskou.

V této kapitole je ukázáno ovlivnění vlastních frekvencí a vlastních tvarů u zjednodušeného modelu kostry spojené se základovou deskou. Je provedena modální analýza pro několik typů výpočtových modelů šroubového spoje v softwaru ANSYS Workbench.

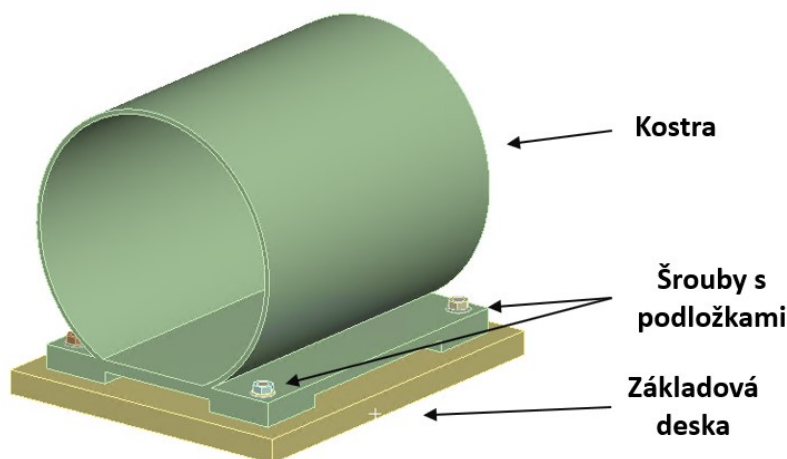
V softwaru ANSYS existuje pět typů kontaktů – „no separation“, „frictionless“, „frictional“, „rough“ a „bonded“. Kontakt „no separation“ je kontakt bez tření a kontaktní plochy se nemohou od sebe oddělit. „Frictionless“ kontakt je kontakt bez tření, u kterého se kontaktní plochy mohou od sebe

oddělit. Kontakt „frictional“ je se třením, jehož hodnota se definuje koeficientem tření. Kontakt „rough“ představuje třecí kontakt s nekonečně velkým koeficientem tření a „bonded“ kontakt zaručuje dokonalé spojení kontaktních ploch, [18].

Modální analýza je v softwaru ANSYS řešena pro lineární výpočtové modely. Třecí kontakt je nelineární prvek, který se pro úlohu modální analýzy musí linearizovat. Díky tomuto zjednodušení nelze pomocí modální analýzy zachytit například odpojování a připojování jednoho tělesa od druhého tělesa, tzv. klepání těles.

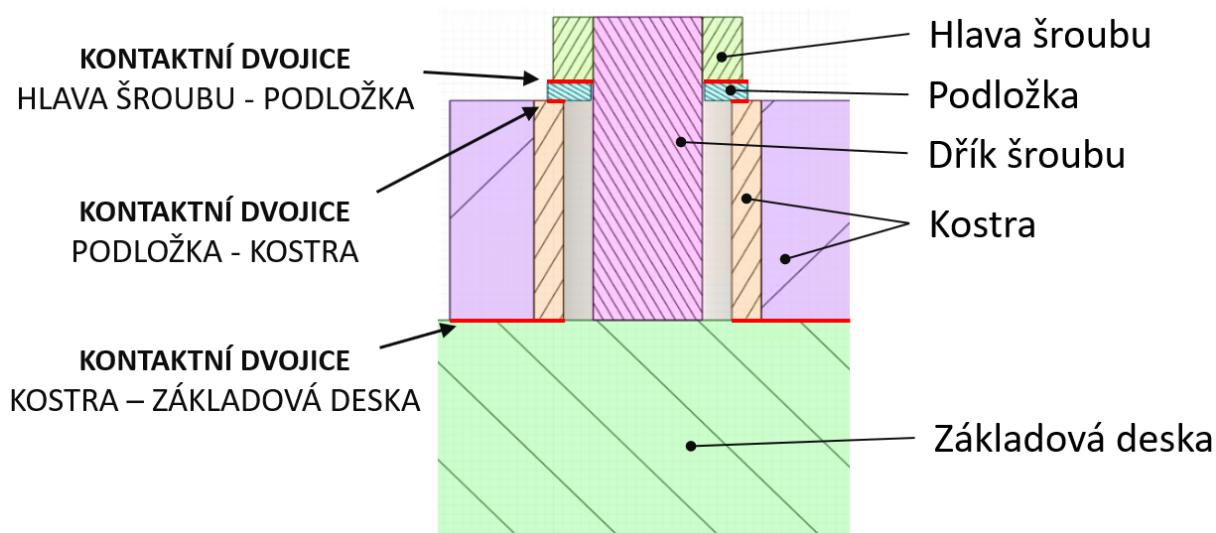
3.5.1 Vliv typu kontaktu na modální vlastnosti

Na Obr.17 je zobrazena zjednodušená geometrie kostry elektromotoru se základovou deskou a šroubovými spoji. Kostra, šrouby a podložky jsou definovány jako pružná tělesa a podloží jako absolutně tuhé těleso. Na Obr. 18 je zobrazen řez šroubovým spojem, ve kterém jsou vyznačena místa, kde dochází ke kontaktu mezi tělesy. Za účelem vytvoření sítě konečných prvků je každý šroub rozdělen na dvě části a také kostra je v místě čtyř spojů rozdělena (na obrázku je to oblast světle oranžové a fialové barvy). Kontaktní dvojice ve šroubovém spoji jsou: (i) hlava šroubu – podložka, (ii) podložka – kostra a (iii) kostra – základová deska. Kontaktní dvojice, ve kterých je podložka, jsou nastaveny jako třecí kontakty s koeficientem tření $f = 0,2$. Pro kontaktní dvojici kostra – základová deska jsou použity různé typy kontaktů, viz Tab. 5. Základová deska je na jedné straně vetknutá, spodní plocha na konci šroubu je vetknutá a šroub je předepnutý silou $F = 51\,800\text{ N}$. Přenos kontaktů ze statické analýzy do modální analýzy je nastaven jako UTS.



Obr. 17 – Zjednodušená geometrie kostry se základovou deskou a šroubovými spoji

Z vypočítaných vlastních frekvencí a tvarů je v Tab. 5 uvedeno prvních patnáct. Jednotlivé vlastní tvary jsou v Tab. 5 označeny barevně. Prvních pět vlastních tvarů je u všech variant shodných a vlastní frekvence se liší jen nepatrně. Pro vyšší vlastní frekvence jsou výsledky závislé na typu kontaktu. Několik vlastních tvarů se objevuje jen u některých typů kontaktů, jiné vlastní tvary pro různé typy kontaktů mění své pořadí. Vlastní frekvence odpovídajících si vlastních tvarů se v některých případech liší málo a někdy i výrazně.



Obr. 18 – Řez šroubovým spojem

Při použití kontaktu „no separation“ jsou vlastní frekvence vyšší než u „frictionless“ kontaktu a vlastní tvar s pořadovým číslem 15 je u obou variant odlišný. Vlastní frekvence u varianty s „rough“ kontaktem jsou menší než u varianty s „bonded“ kontaktem. Srovnáním variant se třením $f = 0,1$ a $f = 0,2$ lze pozorovat, že čím je větší tření, tím je výsledná vlastní frekvence vyšší.

Z Tab. 5 je zřejmé, že volba typu kontaktu může výrazně ovlivnit výsledky vlastních frekvencí.

Tab. 5 – Vlastní frekvence přimontované kostry v Hz pro různé typy kontaktů

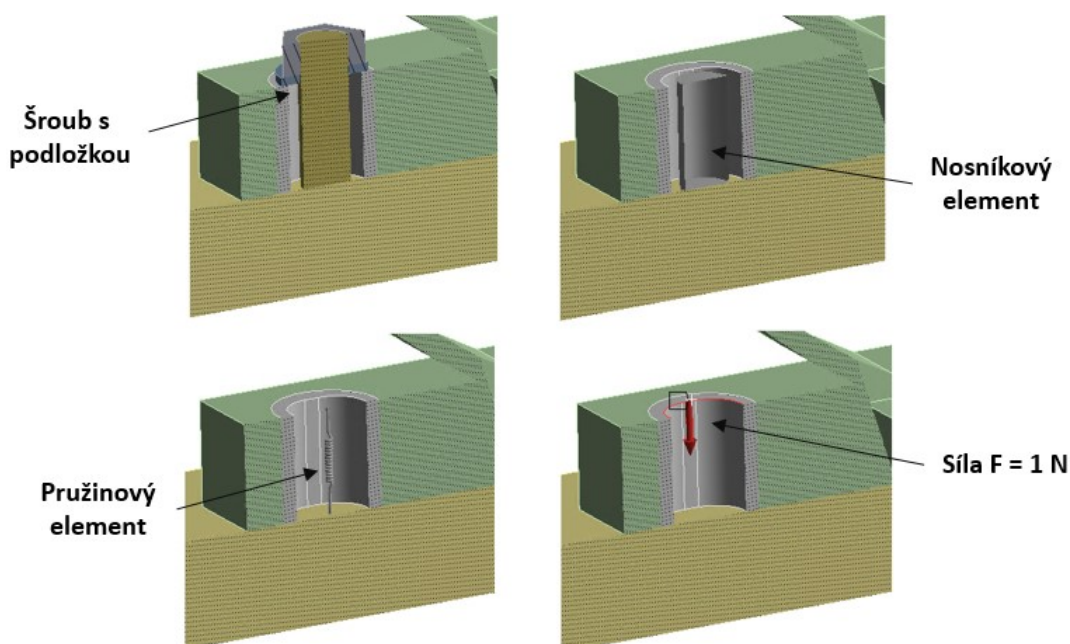
P. č.	Frictionless	No Separation	Frictional $f = 0,01$	Frictional $f = 0,1$	Frictional $f = 0,2$	Rough	Bonded
1	29,42	29,45	29,49	29,53	29,53	29,54	29,57
2	69,23	69,28	69,62	69,80	69,80	69,82	69,87
3	79,17	79,29	79,17	79,18	79,19	79,21	79,30
4	149,05	149,3	151,14	151,91	151,98	152,09	152,28
5	159,02	159,45	159,29	159,42	159,46	159,56	159,83
6	205,72	206,07	256,92	260,6	260,65	260,85	261,41
7	241,07	241,23	260,54	262,88	263,16	263,48	263,87
8	260,51	261,36	357,77	384,1	384,26	384,85	386,52
9	276,42	277,07	371,11	387,13	387,77	388,59	389,82
10	278,71	279	383,79	522,79	523,49	525,95	530,35
11	383,76	386,39	394,91	530,82	533,7	536,08	538,19
12	406,69	407,17	475,65	650,48	657,45	679,44	694,41
13	521,39	530,12	521,69	677,59	679,87	694,69	701,19
14	545,08	546,97	548,89	682,33	689,05	698,14	829,67
15	639,61	694,03	641,62	758,05	813,94	825,93	846,6

3.5.2 Přístupy k výpočtovému modelování šroubového spoje

Pro šroubový spoj je důležitý vzájemný kontakt spojovaných těles a předpětí ve šroubu. Šroubový spoj je možné modelovat několika způsoby, které jsou zobrazeny na Obr. 19.

V prvním výpočtovém modelu je vytvořena trojrozměrná geometrie šroubu M24 s podložkou, přičemž jsou přijata následující zjednodušení: dřík šroubu je vytvořen jako válec bez závitu a je ukončen u základové desky, šroub má zjednodušený zápich. Kontakt mezi tělesy je nastaven na „Frictional“ $f = 0,2$ z Tab. 5 a šrouby jsou předepjaty silou $F = 51\,800\text{ N}$, která pro daný šroub odpovídá utahovacímu momentu $M_U = 280\text{ Nm}$. Pro další vyhodnocení výsledků se tento výpočtový model uvažuje jako referenční.

Ve druhém výpočtovém modelu je těleso šroubu nahrazeno nosníkovým prvkem. Jeho geometrické rozměry jsou určeny podle výšky příruby a průměru dříku šroubu. Na koncích nosníku jsou uzly. Horní uzel je vázán na obvodovou křivku díry a spodní uzel je vázán v prostoru (se základním tělesem). Tyto uzlové vazby se mohou chovat jako „Rigid“ nebo jako „Deformable“. Nosník je předepnutý stejnou silou jako v prvním modelu.



Obr. 19 – Různé způsoby modelování šroubového spoje

Ve třetím výpočtovém modelu je šroub nahrazen pružinovým prvkem, který má pouze osovou tuhost. Jeho tuhost $k = 1,293 \cdot 10^9\text{ Nm}^{-1}$ byla vypočítána na základě rozměrů šroubu pomocí vztahu

$$k = \frac{ES}{L}, \quad (3.28)$$

kde je E – modul pružnosti šroubu,

S – plocha průřezu dříku,

L – ekvivalentní délka šroubu, která zahrnuje délku příruby, tloušťku podložky, $2/3$ výšky hlavy a $1/2$ výšky matice.

Pružinový prvek je vytvořen pomocí dvou uzlů stejně jako nosníkový element a je předepnutý silou o stejné velikosti.

V posledním výpočtovém modelu je pouze síla o velikosti $F = 1 \text{ N}$ působící v axiálním směru díry, která je aplikována na obvodovou křivku díry.

Kontakt mezi kostrou a základovou deskou je ve všech výpočtových modelech nastaven jako třecí kontakt s koeficientem tření $f = 0,2$.

V Tab. 6 jsou uvedeny výsledky vlastních frekvencí pro jednotlivé výpočtové modely a jejich relativní odchylka od referenčního modelu. Každému řádku odpovídá jeden vlastní tvar shodný pro každý model s výjimkou vlastních tvarů s pořadovým číslem 12, 13 a 14 a jejich pořadí je u každého modelu jiné. Z tohoto důvodu jsou tyto vlastní tvary rozlišeny třemi barvami. U vlastních tvarů s pořadovým číslem 1-11 se vlastní frekvence u jednotlivých modelů liší od referenčního modelu pouze o 0,50 %. K výsledkům referenčního modelu se nejvíce přiblížily výsledky třetího modelu s pružinou s „deformable“ chováním a čtvrtého modelu se silou. U těchto modelů je maximální relativní odchylka nejvýše 0,10 %. Naopak k největší odchylce došlo u druhého výpočtového modelu s nosníkem a třetího s pružinou s „rigid“ nastavením, u kterých je maximální relativní odchylka přibližně 6 %. Na vlastní frekvenci mají vliv vazby mezi krajními uzly nosníku a uzly na obvodové křivce a také ohybová, torzní a osová tuhost nosníku. Pro úlohy se šroubovými spoji o jiné velikosti šroubů, podložek a děr může vést nahrazení modelu šroubu prezentovanými výpočtovými modely k větší odchylce. Z výsledků referenčního modelu, třetího modelu pružiny s „deformable“ nastavením a čtvrtého modelu se silou vyplývá, že předpětí ve šroubu má u modální analýzy v této konkrétní úloze velmi malý nebo žádný vliv na hodnoty vlastních frekvencí. To může být způsobeno tím, že ke změně tuhosti vlivem předpětí dochází pouze v okolí spoje.

Tab. 6 – Vlastní frekvence modelů šroubového spoje

	Šroub	Nosník Rigid		Nosník Deform.		Pružina Rigid		Pružina Deform.		Síla	
P.č.	f [Hz]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]
1	29,5	29,5	0,02	29,5	0,00	29,5	0,02	29,5	-0,01	29,5	-0,01
2	69,8	69,8	0,02	69,8	0,01	69,8	0,02	69,8	0,00	69,8	0,00
3	79,2	79,2	0,03	79,2	0,01	79,2	0,03	79,2	0,00	79,2	0,00
4	152,0	152,1	0,06	152,0	0,04	152,1	0,06	152,0	-0,01	152,0	-0,01
5	159,5	159,6	0,06	159,5	0,03	159,6	0,06	159,5	-0,01	159,5	-0,01
6	260,7	260,9	0,08	260,8	0,04	260,9	0,08	260,6	0,00	260,6	0,00
7	263,2	263,4	0,08	263,3	0,05	263,4	0,07	263,1	-0,01	263,1	-0,01
8	384,3	384,9	0,20	384,6	0,09	384,9	0,20	384,2	-0,01	384,2	-0,01
9	387,8	388,4	0,20	388,2	0,10	388,3	0,20	387,7	-0,02	387,7	-0,02
10	523,5	526,1	0,50	525,2	0,30	526,0	0,50	523,5	-0,01	523,5	-0,01
11	533,7	535,1	0,30	534,6	0,20	535,0	0,30	533,5	-0,03	533,5	-0,04
12	657,5	680,0	0,01	675,7	-0,60	679,9	0,00	658,1	0,10	658,0	0,08
13	679,9	692,9	0,60	688,8	4,80	692,5	0,50	679,2	-0,10	679,2	-0,10
14	689,1	697,3	6,10	691,5	0,40	696,9	6,00	688,5	-0,09	688,5	-0,09
15	813,9	827,4	1,70	820,6	0,80	827,0	1,60	813,0	-0,12	812,9	-0,10

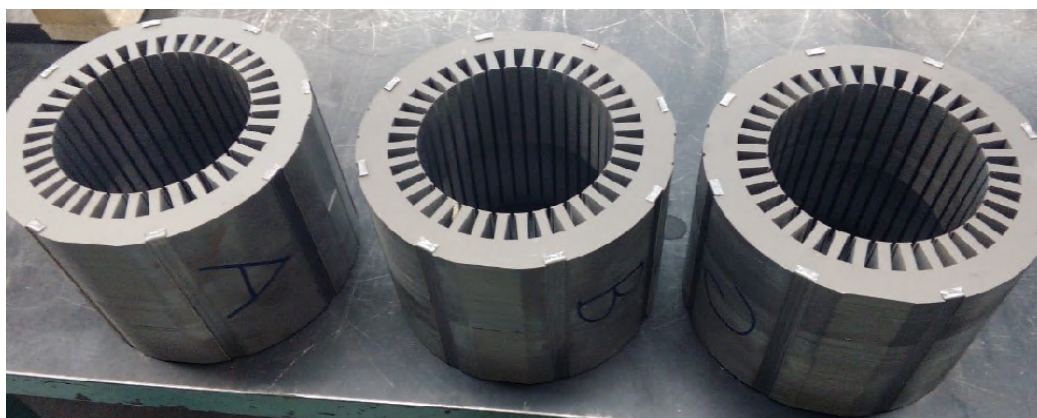
4 Výpočtový model statorového svazku bez vinutí

Za účelem ověření modálních vlastností statorového svazku bez vinutí byl ve společnosti Siemens, s.r.o. vybrán svazek z elektromotoru o osově výšce 132 mm a výkonu 5,5 kW s označením 1LE1004-1CB03-4AA4. Základní parametry elektromotoru jsou uvedeny v Tab. 7.

Tab. 7 – Parametry elektromotoru 1LE1004-1CB03-4AA4

Osová výška [mm]	Napětí U [V]	Zapojení Δ/Y	Proud I [A]	Výkon P [kW]
132	400	Δ	10,4	5,5
	600	Y	6,0	
Frekvence f [Hz]	Otáčky n [min^{-1}]	Účinnost [%]	Účinník $\cos \varphi$ [-]	Třída účinnosti IE-CL
50	1 470	91,9	0,83	IE4

Statorový svazek se skládá z 310 plechů, které mají na stranách vrstvy izolačního epoxidu pro omezení ztrát způsobených vířivými proudy. Plechy mají tloušťku $t_p = 0,5$ mm a každý plech má na straně izolaci o tloušťce $t_i = 0,1$ μm . Plechy byly nasazeny na trn, stlačeny a poté byly na svazek plechů nasazeny spony. Měření bylo provedeno na třech statorových svazcích bez vinutí označených písmeny A, B a C (viz Obr. 20).



Obr. 20 – Statorové svazky A, B a C

4.1 Měření

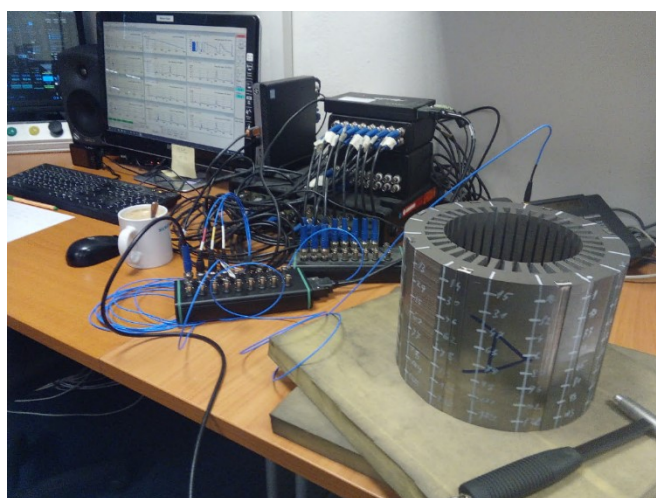
V Tab. 8 je uvedena změřená hmotnost a délka svazků A, B a C před spaketováním a po spaketování. Délka svazků po spaketování byla změřena v okolí spon. Průměrná hmotnost a délka svazku před spaketováním je $m = 18,72$ kg a $l = 156,56$ mm. Průměrná hmotnost a délka svazku po spaketování je $m_s = 18,96$ kg a $l_s = 154,42$ mm. Ze zprůměrovaných hodnot délek je stanovena průměrná hodnota stažení svazku v blízkosti spon Δ

$$\Delta = l_s - l = 156,56 - 154,42 = 2,14 \text{ mm} \quad (4.1)$$

Tab. 8 – Hmotnost a délka svazků A, B a C před a po spaketování

Označení svazku	Před spaketováním		Po spaketování	
	Hmotnost [kg]	Délka [mm]	Hmotnost [kg]	Délka [mm]
Svazek A	18,80	156,77	19,04	154,90
Svazek B	18,74	156,67	18,98	154,49
Svazek C	18,62	156,23	18,85	153,88

Experimentální modální analýzu provedl Ing. Jan Polcer ze společnosti Siemens. Na každém svazku bylo vyznačeno 128 bodů – 8 řad v axiálním směru po 16 bodech na obvodu svazku – určených pro měření. Volné uložení svazků bylo zajištěno jejich položením na dvě měkké molitanové podložky. Měřicí sestava se skládala z modálního kladívka, akcelerometru, analyzátoru a počítače, viz Obr. 21.



Obr. 21 – Měřicí aparatura

Naměřené frekvenční odezvové funkce (Frequency Response Function – FRF) pro statorový svazek A, B a C jsou zobrazeny na Obr. 22, užší frekvenční rozpětí těchto frekvenčních odezvoových funkcí je na Obr. 23 a 24. FRF suma představuje zrychlení vztažené k síle. Frekvenční odezvoová funkce pro systém s proporcionálně viskózním tlumením [23] je vyjádřena pomocí vzorce

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\Phi_{jr} \Phi_{kr}}{\Omega_{0r}^2 - \omega^2 + 2i\omega\Omega_{0r}\zeta_r} \quad (4.2)$$

kde je $\alpha_{jk}(\omega)$ – prvek receptance vyjadřující odezvu v bodě j , která je vyvolaná silou v bodě k ,

Φ_{jr} a Φ_{kr} – j -tý a k -tý prvek r -tého vlastního tvaru,

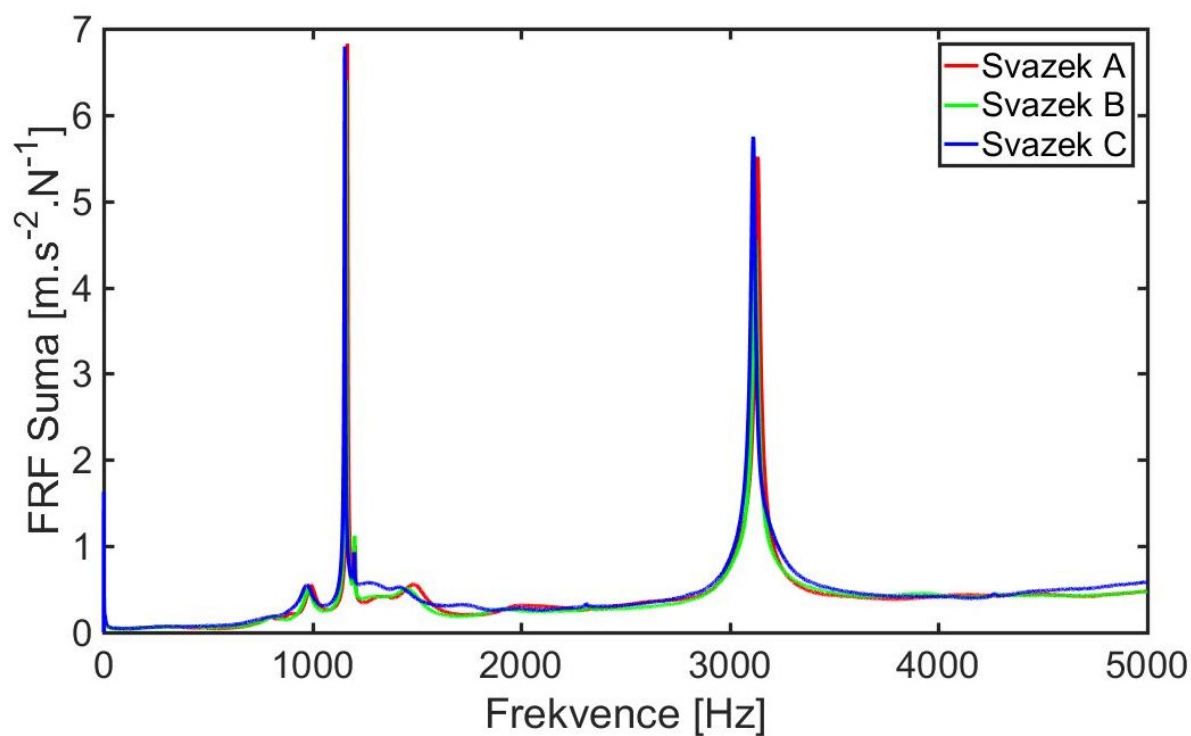
ω – budící kruhová frekvence,

Ω_{0r} – netlumená vlastní kruhová frekvence r -tého módu,

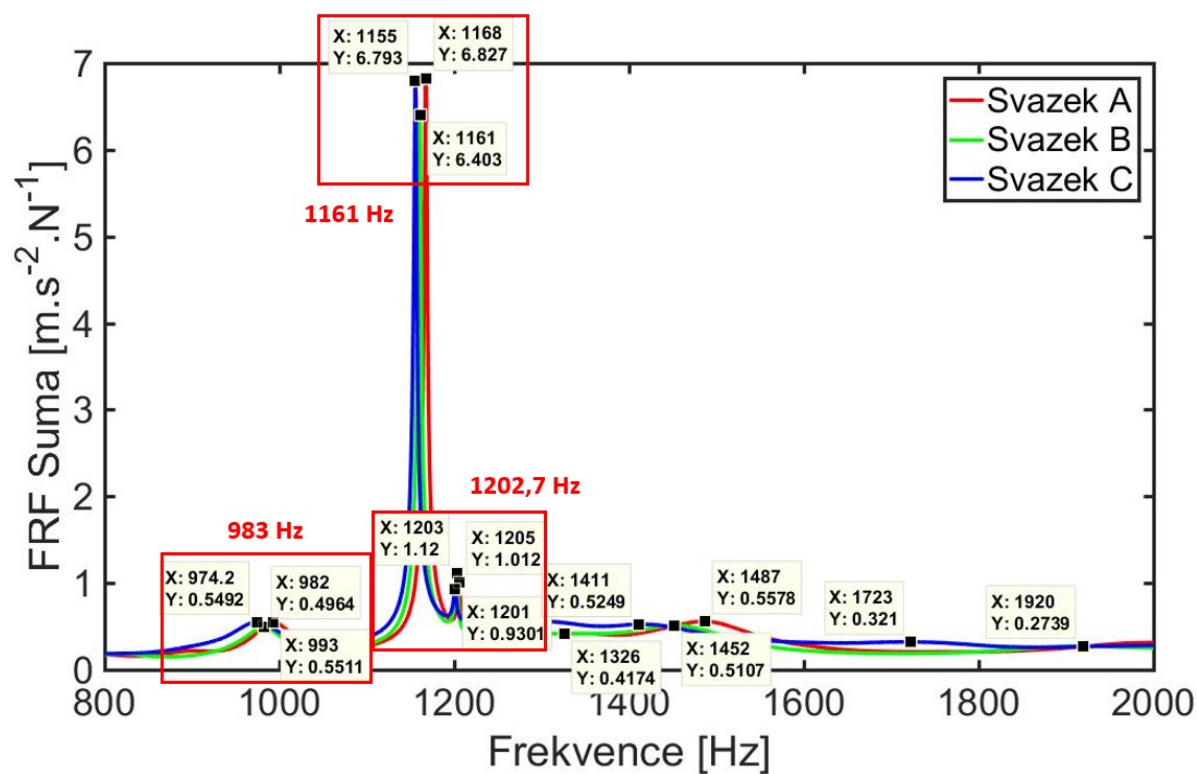
i – imaginární jednotka,

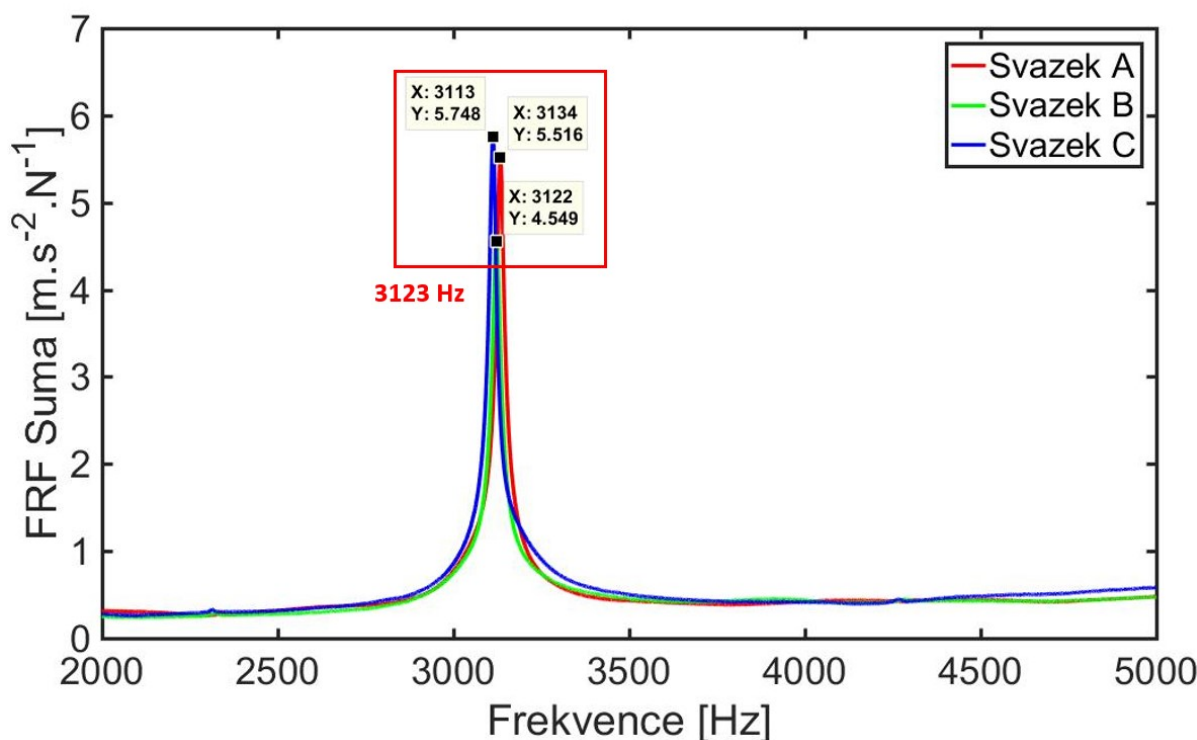
ζ_r – poměrný útlum r -tého módu a

N – celkový počet módů.



Obr. 22 – Suma frekvenčních odezвовých funkcí svazků A, B a C

Obr. 23 – Suma frekvenčních odezвовých funkcí svazků A, B a C,
frekvenční rozpětí 800 – 2 000 Hz



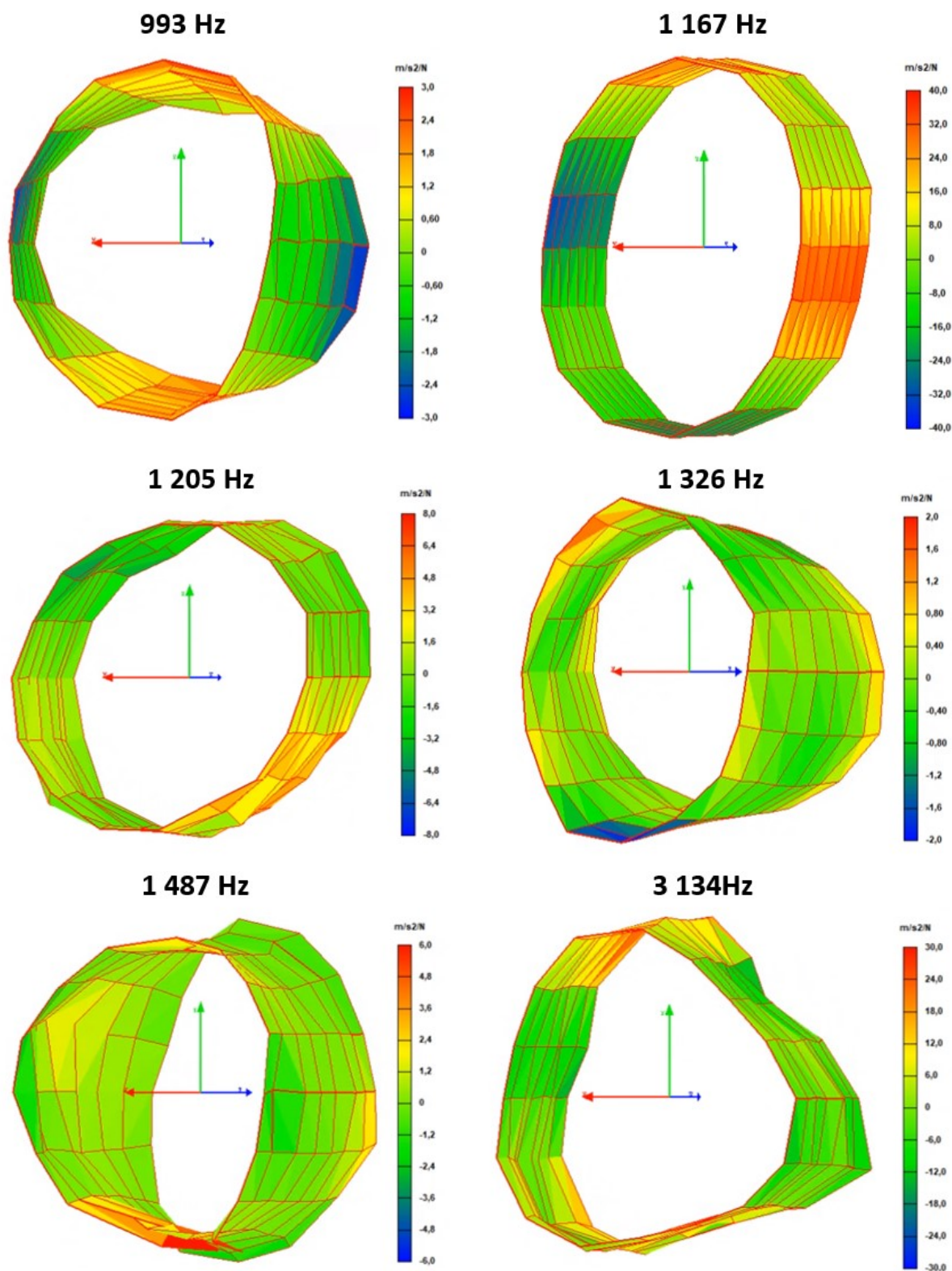
Obr. 24 – Suma frekvenčních odezvových funkcí svazků A, B a C,
frekvenční rozpětí 2 000 – 5 000 Hz

Z měření bylo identifikováno pro každý svazek 6 vlastních frekvencí, viz Tab. 9. Na Obr. 23 a 24 je vidět, že vlastní frekvence se ve čtyřech oblastech překrývají a mají podobně velkou odezvu. Jedná se o vlastní frekvence s pořadovým číslem 1, 2, 3 a 6. Z porovnání vlastních tvarů je zřejmé, že se jedná o shodné vlastní frekvence. Proto vlastní frekvence v těchto oblastech byly zprůměrovány. U vlastních frekvencí s pořadovým číslem 4 a 5 nelze jednoznačně určit shodu s tvarem, proto jejich hodnoty nebyly průměrovány. Odezva u vlastních frekvencí s pořadovým číslem 2 a 6 je přibližně pětikrát větší než odezva vlastní frekvence s číslem 3 a desetkrát větší než odezva u ostatních vlastních frekvencí, viz Tab. 9. Vlastním frekvencím s pořadovým číslem 2, 3 a 6 odpovídají radiální vlastní tvary, viz Obr. 25, a ostatním vlastním frekvencím odpovídají tvary kmitání v radiálně axiálním směru.

Tab. 9 – Naměřené vlastní frekvence

P.č.	Vlastní frekvence [Hz]				Průměrná FRF Suma [m.s ⁻² .N ⁻¹]	Popis vlastního tvaru
	Svazek A	Svazek B	Svazek C	Střední hodnota		
1	993	982	974	983	0,53	Radiálně axiální
2	1167	1161	1155	1161	6,67	Radiální
3	1205	1202	1201	1203	1,02	Radiální
4	1326	1452	1412	Neprůměrováno	0,27-0,56	Radiálně axiální
5	1487	1920	1723			
6	3134	3122	3113	3123	5,26	Radiální

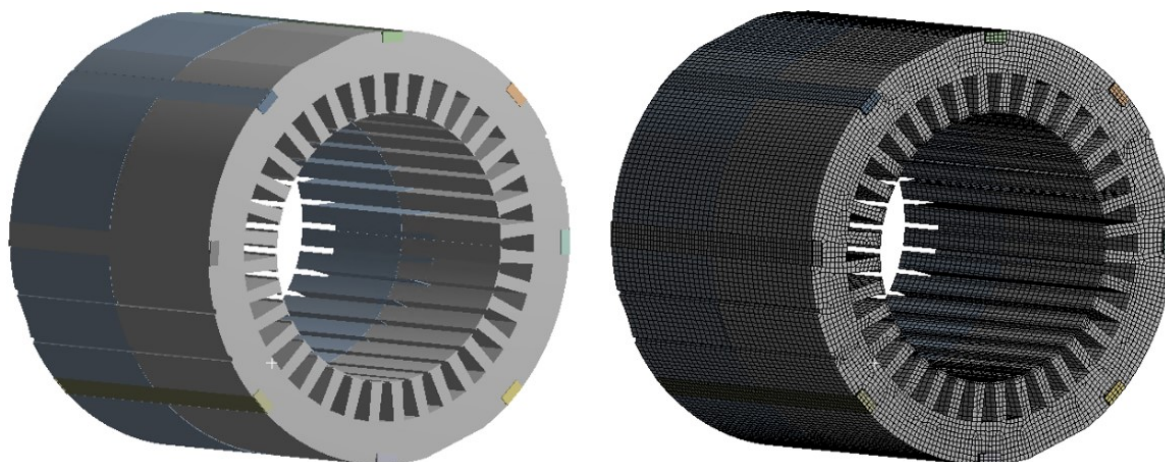
Na Obr. 25 jsou zobrazeny vlastní tvary svazku A pro vlastní frekvence získané z měření.



Obr. 25 – Vlastní tvary

4.2 Výpočtový model statorového svazku bez vinutí

3D geometrie statorového svazku (Obr. 26) byla poskytnuta společností Siemens, s.r.o. ve formátu STEP. Model obsahuje statorový svazek, který se skládá ze dvou těles, a 8 spon. Stejně jako u reálného svazku, jedna polovina je otočena o 180° . Na rozdíl od reálného svazku, který je složen z mnoha plechů, mezi nimiž je vrstva izolačního epoxidu, obě poloviny v modelu jsou z jednoho celku. Geometrický model byl zjednodušen o prvky (jako jsou malá zaoblení a zkosení), které mají zanedbatelný vliv na tuhost a hmotnost svazku. Vytvořená síť konečných prvků obsahuje 740 830 uzlů a 149 720 elementů. Obě poloviny svazku jsou spojeny „bonded“ kontaktem, stejným typem kontaktu jsou na svazek připojeny spony.



Obr. 26 – Geometrie statorového svazku bez vinutí – vlevo, síť konečných prvků – vpravo

Materiálové vlastnosti plechů a izolace jsou uvedeny v Tab. 10. Modul pružnosti v tahu plechu je získán z tahové zkoušky a materiálové parametry izolace jsou převzaty z [17].

Tab. 10 – Materiál plechu, izolace a spony

Název součásti	Plech	Izolace	Spona
Označení materiálu	M330-50A	-	11 343
Modul pružnosti v tahu E [MPa]	202 000	3 000	210 000
Poissonovo číslo μ [-]	0,3	0,37	0,3
Hustota ρ [kg.m ⁻³]	7 650	1 300	7 850

Výpočtový model je sestaven pro dva materiálové modely – izotropní (IM) a transversálně izotropní (TIM). Parametry izotropního modelu jsou převzaty z materiálu plechu. Parametry transversálně izotropního materiálového modelu svazku jsou získány s využitím rovnic z Kap. 3.2.1, které kombinují materiálové vlastnosti plechu a izolace na základě jejich objemového podílu ve svazku. Ve statorovém svazku o teoretické délce $l = 155$ mm je 310 plechů a na každé straně plechu je vrstva izolace o tloušťce $t = 0,1$ μm . Sečtením tlouštěk izolace se obdrží délka izolace ve svazku l_i , kterou lze podělit teoretickou délkou svazku l a tím se vypočítá objemový podíl izolace ve svazku φ_i

$$\varphi_i = \frac{l_i}{l} = \frac{2 \cdot 0,001 \cdot 310}{155} = 4 \cdot 10^{-3}. \quad (4.3)$$

V prostředí softwaru ANSYS je transversálně izotropní materiál definován pomocí ortotropního modelu, přičemž osa x je ve výpočtovém modelu shodná s osou statorového svazku.

Hustota pro oba materiálové modely byla stanovena s ohledem na změřenou hmotnost svazku. Výsledné parametry materiálových modelů IM a TIM jsou uvedeny v Tab. 11 a 12.

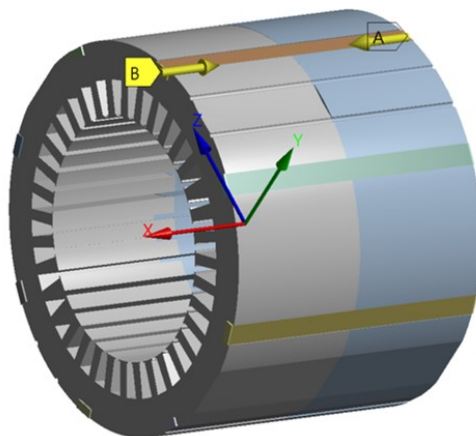
Tab. 11 – Parametry izotropního modelu

Veličina	Hodnota	Jednotka
Hustota ρ	7 427	[kg.m ⁻³]
Modul pružnosti v tahu E	202 000	[MPa]
Poissonovo číslo μ	0,3	[-]

Tab. 12 – Materiálové vlastnosti transversálně izotropního modelu

Veličina	Hodnota	Jednotka
Hustota ρ	7 624,8	[kg.m ⁻³]
Modul pružnosti v tahu E_x	153 218	[MPa]
Modul pružnosti v tahu E_y	184 274	[MPa]
Modul pružnosti v tahu E_z	184 274	[MPa]
Poissonovo číslo μ_{xy}	0,24	[-]
Poissonovo číslo μ_{yz}	0,29	[-]
Poissonovo číslo μ_{xz}	0,24	[-]
Modul pružnosti ve smyku G_{xy}	58 828	[MPa]
Modul pružnosti ve smyku G_{yz}	71 424	[MPa]
Modul pružnosti ve smyku G_{xz}	58 828	[MPa]

Při paktování dochází k sevření statorového svazku na jeho vnějším průměru, přičemž na vnitřním průměru se rozevívá. Stažení svazku je ve výpočtovém modelu realizováno předepsáním axiálního posunutí na koncích spon, viz Obr. 27. Axiální posuv byl stanoven podle rozdílu délky svazku před a po spaktování. Na každou stranu svazku byla předepsána stejná hodnota posuvu o velikosti 1,07 mm.



Obr. 27 – Okrajové podmínky stažení svazku

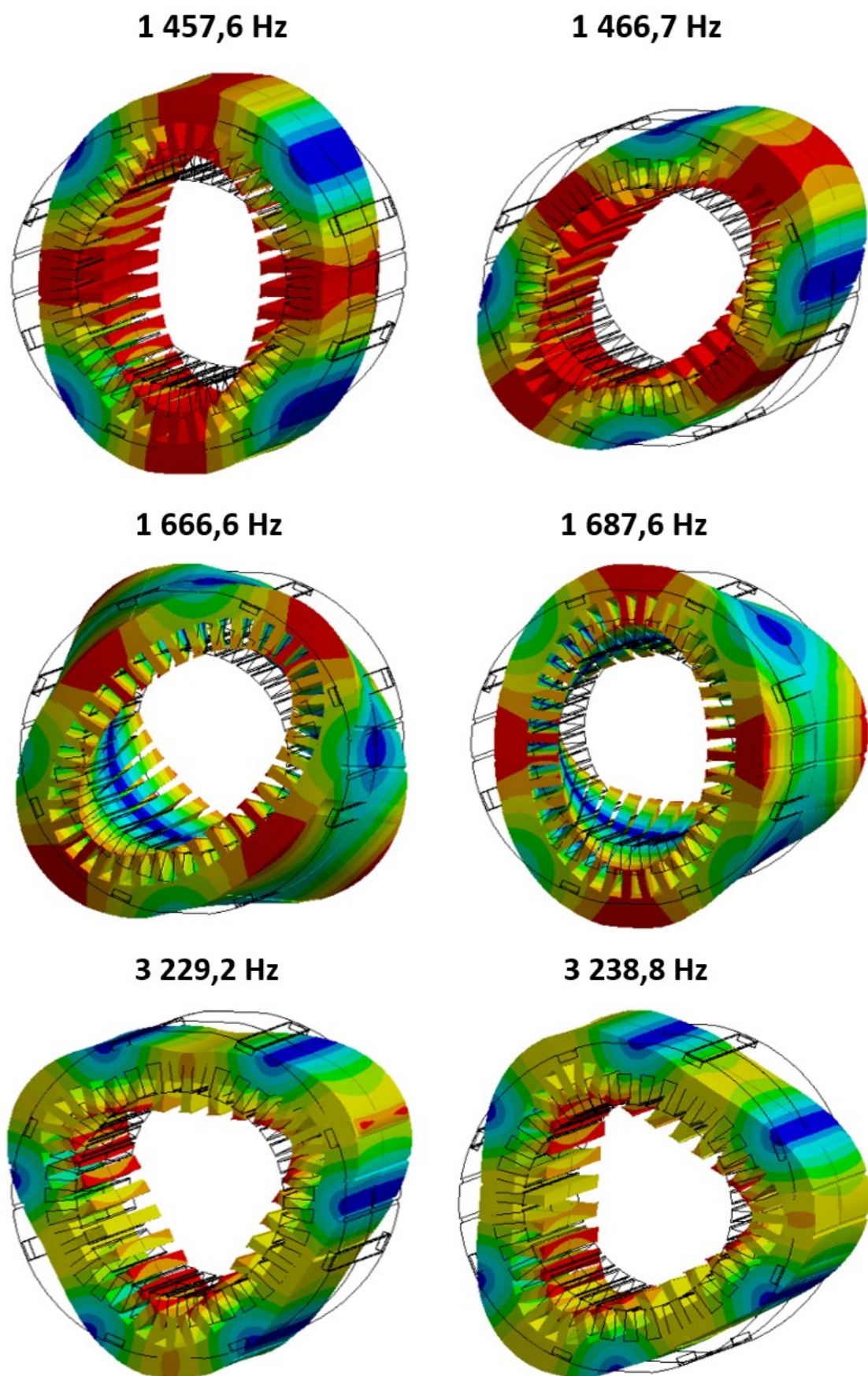
Modální analýza je provedena pro nestažený a stažený svazek. Výpočet je proveden pro modální analýzu bez předpětí a s předpětím, ve které je použit přenos výsledků ze statické analýzy do modální analýzy s nastavením UTS.

Vypočítané vlastní frekvence pro materiálové modely IM a TIM jsou uvedeny v Tab. 13. Porovnáním s naměřenými hodnotami se zjistilo, že první naměřená vlastní frekvence nebyla ve výpočtovém modelu postihnuta. Byla dosažena dobrá shoda mezi naměřenými a vypočtenými vlastními frekvencemi, které odpovídají radiálním tvarům kmitání. Tyto vlastní frekvence mají největší význam, protože u nich byla naměřena největší FRF. V důsledku stažení se vlastní frekvence nepatrně zvýšily, z toho lze usuzovat, že stažení modelu nemá na výsledky výrazný vliv. Naměřené vlastní frekvence s pořadovým číslem (P. č.) 4 a 5 se pomocí simulace nepodařilo postihnout, u těchto vlastních frekvencí však byla naměřena pouze malá hodnota FRF. V simulaci byly vypočítány i vlastní frekvence vyšší než 3 300 Hz, které nebyly změřeny.

Tab. 13 – Srovnání vypočtených a naměřených vlastních frekvencí

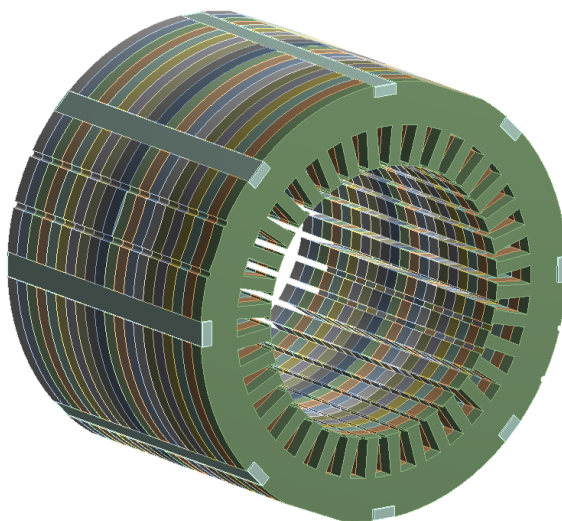
P. č.	Vlastní frekvence (vl. f.) [Hz]								
	Naměřená střední vl. f.	Izotropní model				Transverzálně izotropní model			
		Bez stažení	Δ [%]	Se stažením 2,14 mm	Δ [%]	Bez stažení	Δ [%]	Se stažením 2,14 mm	Δ [%]
1	983	-	-	-	-	-	-	-	-
2	1161	1225,6	5,6	1228,7	5,8	1214,7	4,6	1217,2	4,8
3	1202,7	1249,7	3,9	1253	4,2	1238,8	3	1241,4	3,2
4, 5	Svazek A 1326; 1487 Svazek B 1452; 1920 Svazek C 1412; 1723	1783,1 1810,1		3151,9 3158,7		1666,6 1687,6		2869,1 2876,1	
6	3123	3257,8 3267	4,3 4,6	3265,1 3274,5	4,6 4,9	3229,2 3238,3	3,4 3,7	3235 3244,4	3,6 3,9
Jiné	-	4081,4 4088,1		4426,8 4440,5 4446,4 4463,4 4943,5		3890 3894,8		3994,7 4016,6 4200,4 4203,1 4551,4	

Vlastní tvary z výpočetní simulace, které odpovídají naměřeným vlastním frekvencím, jsou zobrazeny na Obr. 28.



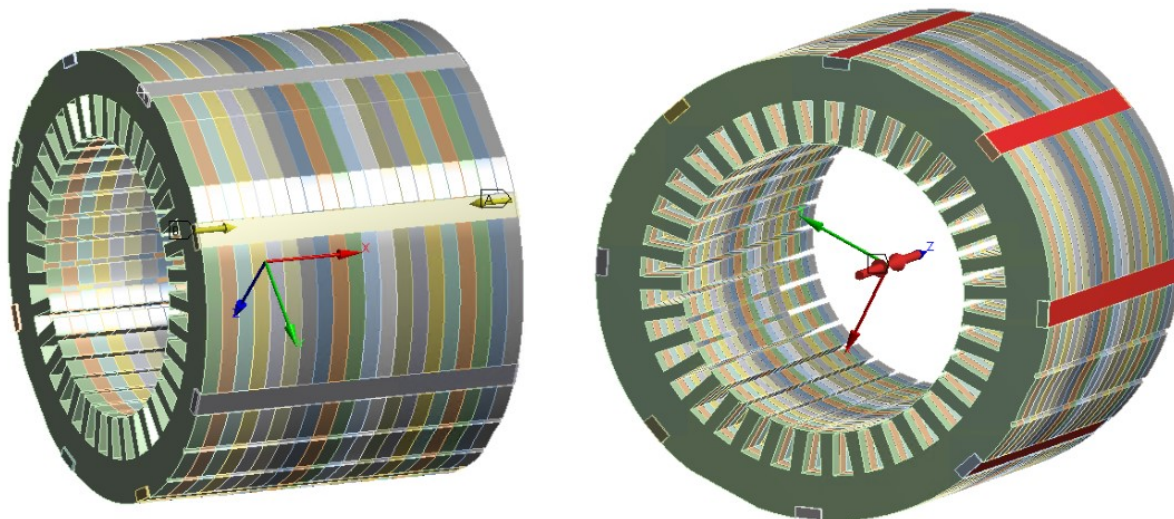
Obr. 28 – Vypočítané vlastní tvary statorového svazku bez vinutí

V následujícím výpočtovém modelu je navíc uvaženo s prokluzem mezi bloky plechů. Statorový svazek je rozdělen na 20 bloků (Obr. 29) a mezi nimi je nastaven „no-separation“ kontakt. Ke svazku jsou pomocí „bonded“ kontaktu přichyceny spony. Pro statorový svazek je použit TIM.



Obr. 29 – Model statorového svazku, který se skládá z 20 bloků

Stažení svazku je ve výpočtovém modelu předepsáno dvěma přístupy, a to posuvem na koncích spon a použitím funkce „bolt pretension“ pro spony (Obr. 30) a celkové stažení pro oba přístupy je nastaveno na 2,14 mm.



Obr. 30 – Okrajové podmínky stažení svazku, vlevo – zadáním posuvu, vpravo – použitím funkce „bolt pretension“

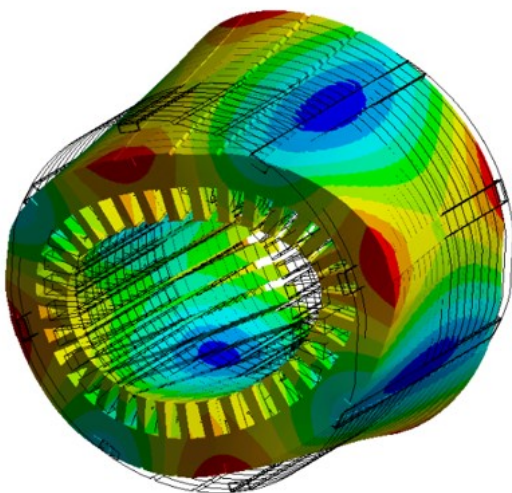
V Tab. 14 jsou uvedeny vypočítané vlastní frekvence pro výpočtové modely se statorovým svazkem rozděleným na 20 bloků. Vypočítaným vlastním frekvencím odpovídají radiální, radiálně axiální vlastní tvary (viz Obr. 31 a 32) a další tvary, při kterých se jednotlivé části statorového svazku pohybují navzájem po sobě. Nereálné vlastní tvary jsou v tabulce označeny tučně. U obou výpočtových

modelů jsou vlastní frekvence, příslušející radiálním vlastním tvarům, v lepší shodě s naměřenými výsledky než u výpočtového modelu s kompaktním svazkem. U výpočtového modelu s předepjatými sponami se podařilo zachytit naměřenou vlastní frekvenci s pořadovým číslem 1.

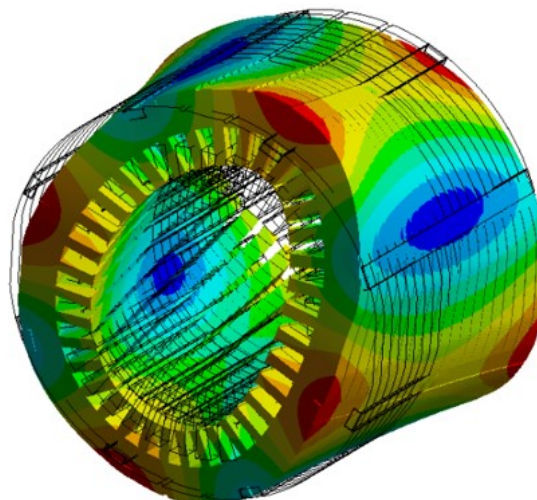
Tab. 14 – Srovnání vypočtených a naměřených vlastních frekvencí

P.č.	Naměřená střední vl. f. [Hz]	Vlastní frekvence [Hz]			
		Stažením posuvem	Δ [%]	Stažením pomocí „Bolt pretension“	Δ [%]
0	-	660,8; 664,0; 1186,4		901,1; 907,6	
1	983	-		1034 1036	5,2 5,4
2	1161	1196,3	3	1192,9	2,8
3	1202,7	1203,4	0,1	1200,1	-0,2
4, 5	Svazek A 1326; 1487 Svazek B 1452; 1920 Svazek C 1412; 1723	1312,8; 1318,0; 2078,1; 2079,1 2146,8; 2149,2 2240,0; 2416,6 2421,3; 2642,6 2679,8; 2680,9 3135,8; 3139,6		1201,5; 1442,2; 1452,4; 2086,6; 2088,5; 2089,8; 2095,7; 2132,1; 2144,8; 2661,4; 2829,8; 2869,4; 2890,4; 3085,9; 3097,6	
6	3123	3160,8 3166,4	1,2 1,4	3151,5 3157	0,9 1,1
Jiné	-	3239,1; 3242,6; 3291,5; 3293,0; 3520,3; 3583,2; 3587,8; 3757,4; 3770,6; 3820,2; 4039,7; 4043,3; 4072,5; 4251,0; 4252,1; 4467,0; 4481,5; 4520,1; 4534,3; 4733,4; 4853,0; 4861,7		3182,1; 3189,7; 3558,8; 3565,7; 3760,0; 3782,8; 3836,4; 3952,7; 3965,9; 3979,6; 4094,2; 4209,6; 4224,3; 4261,5; 4279,6; 4402,7; 4411,4; 4460,9; 4480,4; 4773,8; 4775,9; 4885,4; 4888,8; 4913,2; 4921,6	

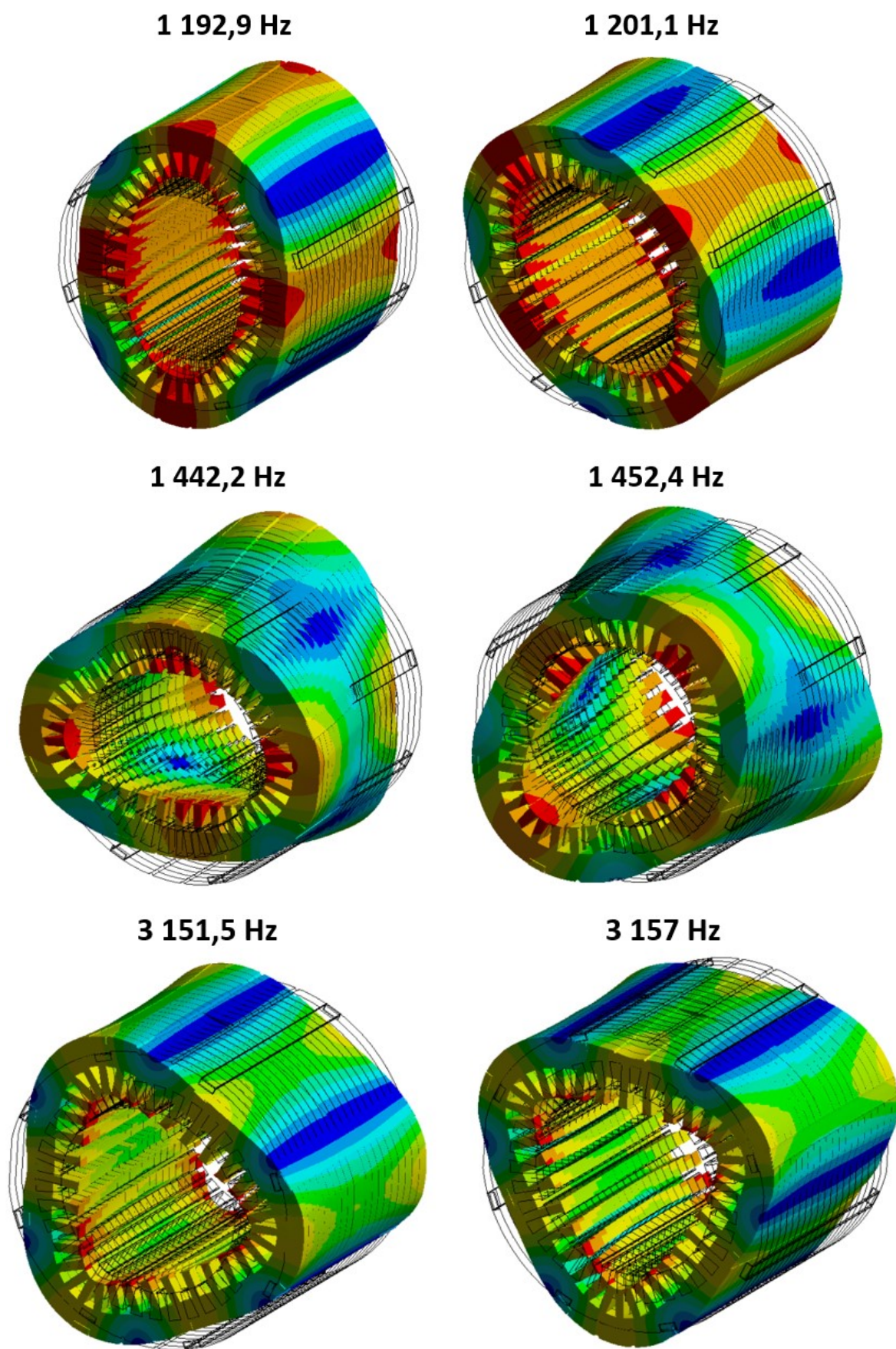
1 034 Hz



1 036 Hz



Obr. 31 – Vypočítané vlastní tvary statorového svazku



Obr. 32 – Vypočítané vlastní tvary statorového svazku

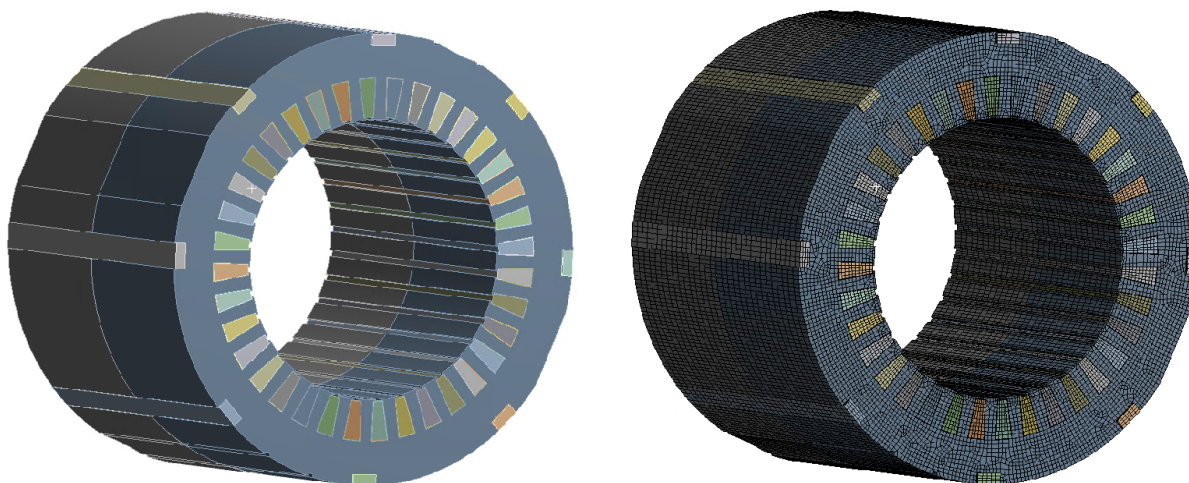
5 Výpočtový model statorového svazku s vinutím

Statorový svazek z předchozí kapitoly je opatřen vinutím, které je rozděleno na vinutí v drážkách statoru a vinutí na čelech. V první fázi je sestaven výpočtový model statorového svazku pouze s vinutím v drážkách. V dalším kroku je k výpočtovému modelu přidáno vinutí na čelech. Zjednodušený model geometrie vinutí byl součástí dodaného modelu statorového svazku, který poskytla společnost Siemens, s.r.o.

5.1 Výpočtový model vinutí v drážkách

U reálného elektromotoru se do každé drážky statorového svazku vkládá drážková izolace a poté je do drážky vloženo vinutí skládající se z řady měděných drátů. Část vinutí, která vychází z drážek je označována jako čelo vinutí. Následně je vinutí z důvodu ochrany před elektrickými a mechanickými vlivy impregnováno, přičemž dochází k zaplnění mezer mezi měděnými dráty v drážce impregnačním lakem.

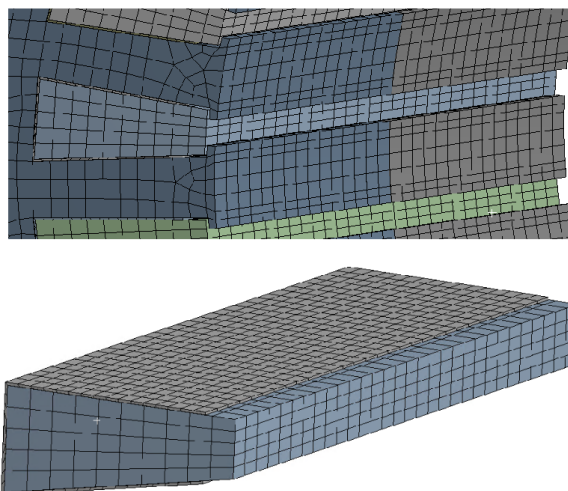
Výpočtový model statorového svazku s vinutím v drážce je zobrazen na Obr. 33. Statorový svazek se sponami je modelován dle předchozí kapitoly. Vinutí je modelováno jako 36 homogenních těles umístěných v 36 drážkách. Model vinutí nahrazuje svazek měděných drátů s impregnačním lakem. Kolem vinutí je vymodelována drážková izolace, která přiléhá ke stěnám drážek. Výpočtový model vinutí v jedné drážce statoru je zobrazen na Obr. 34.



Obr. 33 – Model statorového svazku s vinutím v drážkách – vlevo, síť konečných prvků – vpravo

Materiálové parametry drátů, impregnačního laku a drážkové izolace jsou uvedeny v Tab. 15.

Výpočtový model je sestaven pro tři materiálové modely vinutí v drážce - dva izotropní a jeden transversálně izotropní. Hustota vinutí v drážce je pro všechny modely stanovena na základě hustoty mědi, která je vynásobena faktorem zaplnění mědi v drážce.



Obr. 34 – Síť konečných prvků v drážce s izolací a vinutím

Tab. 15 – Materiál vinutí, impregnačního laku a drážkové izolace

Název součásti	Dráty	Impregnační lak	Drážková izolace
Označení materiálu	Měď	-	-
Modul pružnosti v tahu E [MPa]	130 000	3 000	3 000
Poissonovo číslo μ [-]	0,33	0,37	0,37
Hustota ρ [kg.m ⁻³]	8 960	1 300	1 300

Tab. 16 – Parametry IM

Veličina	Varianta 1	Varianta 2
Modul pružnosti v tahu E [MPa]	130 000	1 300
Poissonovo číslo μ [-]	0,33	0,33
Hustota ρ [kg.m ⁻³]	4 059	4 059

Tab. 17 – Materiálové parametry TIM vinutí v drážkách

Veličina	Hodnota	Jednotka
Modul pružnosti v tahu E_x	60 531	[MPa]
Modul pružnosti v tahu E_y	5 382	[MPa]
Modul pružnosti v tahu E_z	5 382	[MPa]
Poissonovo číslo μ_{xy}	0,35	[-]
Poissonovo číslo μ_{yz}	0,03	[-]
Poissonovo číslo μ_{xz}	0,35	[-]
Modul pružnosti ve smyku G_{xy}	22 738	[MPa]
Modul pružnosti ve smyku G_{yz}	1 965	[MPa]
Modul pružnosti ve smyku G_{xz}	22 738	[MPa]
Hustota ρ	4 059	[kg.m ⁻³]

Parametry IM vycházejí z materiálových vlastností mědi. Na základě článku [11] je u druhého IM zadáno pouze 1 % modulu pružnosti mědi v tahu (viz Tab. 16).

V Kap. 3.3.1 bylo uvedeno, že vinutí v drážce lze považovat za druh laminátu s dlouhými vlákny, jehož materiálové vlastnosti jsou různé ve směru osy vláken (axiální směr statoru) a v příčném směru, což odpovídá transversálně izotropnímu materiálovému chování. Nicméně se jedná o jiný druh laminátu než u statorového svazku, proto se výpočet materiálových parametrů liší. Odvození vztahů pro TIM s dlouhými vlákny je v článku [14]. Na jejich základě jsou získány materiálové parametry pro TIM model vinutí v drážce (Tab. 17).

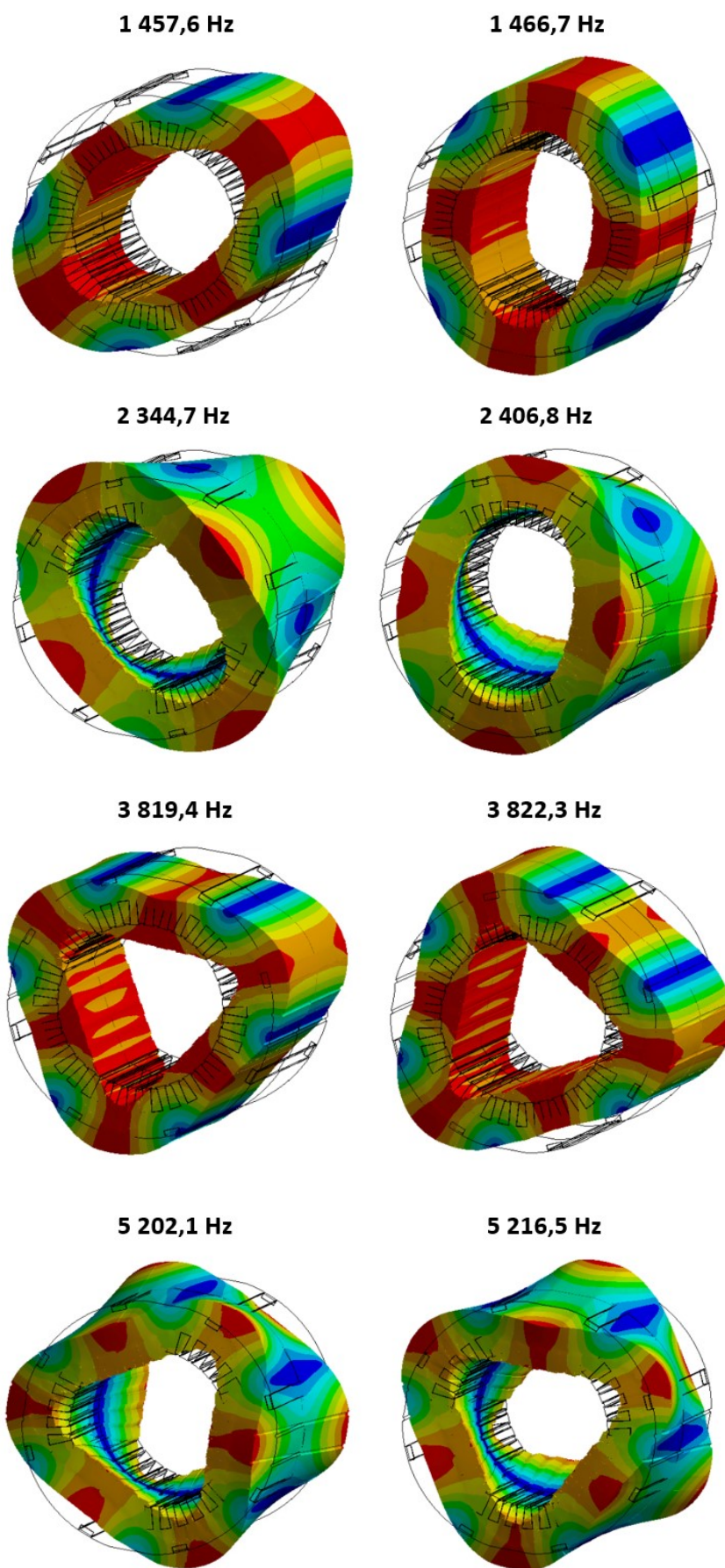
Ve výpočtovém modelu je mezi vnitřními stěnami drážky statoru a drážkovou izolací a mezi drážkovou izolací a vinutím v drážce nastaven „bonded“ kontakt. Ve výpočtovém modelu je volné uložení.

V Tab. 18 jsou uvedeny vypočítané nejnižší nenulové vlastní frekvence. Vlastní tvary příslušející vlastním frekvencím pro výpočtový model s TIM jsou zobrazeny na Obr. 35.

Tab. 18 – Srovnání vypočítaných vlastních frekvencí

P. č.	Vlastní frekvence [Hz]		
	IM		TIM
	E = 130 000 MPa	E = 1 300 MPa	
1	3285,2	1260,9	1457,6
2	3297,0	1281,5	1466,7
3	3734,2	1703,0	2344,7
4	3777,5	1722,4	2406,8
5	7581,7	3341,6	3819,4
6	7589,1	3346,1	3822,3
7	8251,6	3975,6	5202,1
8	8255,5	3981,8	5216,5

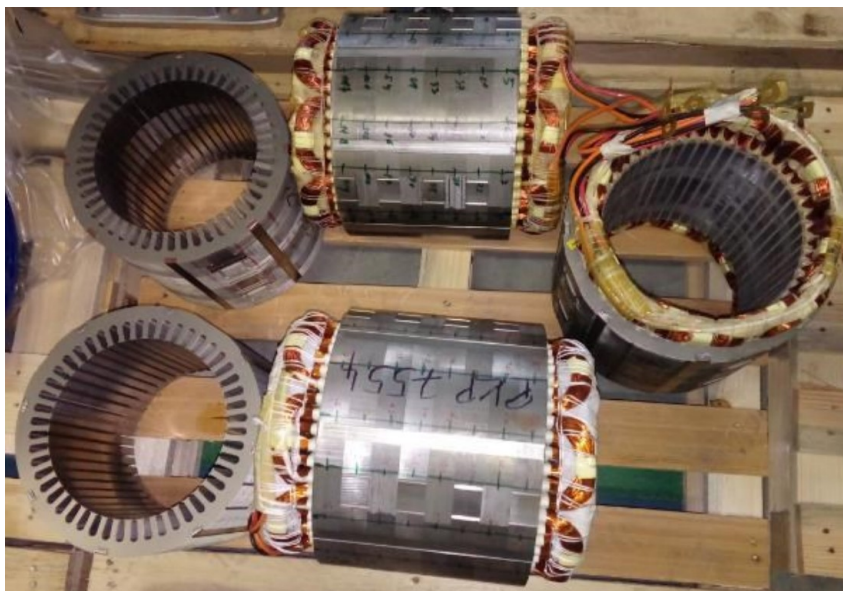
Odpovídající si vlastní tvary jsou v Tab. 18 označeny stejnými barvami. Z porovnání vlastních frekvencí IM lze vidět, že u modelu s větším modulem pružnosti vinutí v drážce (a tedy vyšší tuhostí) jsou vlastní frekvence vyšší. Analogicky se chová TIM, kde moduly pružnosti vinutí v drážce jsou nižší než u prvního IM a vyšší než u druhého IM. Vlastní frekvence TIM modelu jsou v rozsahu vymezeném vlastními frekvencemi IM. Dále u prvního IM s nejvyšším modulem pružnosti se objevily vlastní tvary s pořadovým číslem 5 a 6, které nejsou u ostatních modelů v daném rozmezí vlastních frekvencí. Ze srovnání radiálních vlastních tvarů výpočtového modelu statorového svazku bez vinutí v drážce (viz předchozí kapitola) a s vinutím v drážce je zřejmé, že přidáním vinutí v drážce se vlastní frekvence odpovídající radiálním vlastním tvarům zvýšily.



Obr. 35 – Vypočítané vlastní tvary statorového svazku s vinutím v drážkách

5.2 Výpočtový model čela vinutí

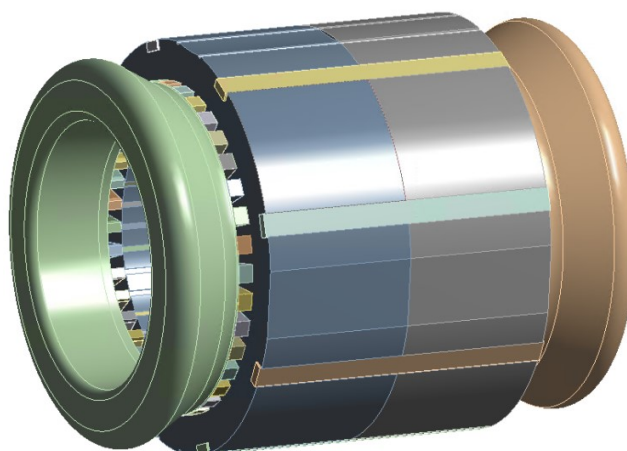
Čela vinutí reálného elektromotoru tvoří spletené svazky měděných cívek vinutí, které jsou svázány nití. Svázané vinutí je pevnější a má tvar prstence. Vinutí je dále impregnováno. Na ukázkou je na Obr. 36 statorový svazek s vinutím, ale pro elektromotor s jiným výkonem.



Obr. 36 – Statorové svazky bez vinutí a s vinutím [24]

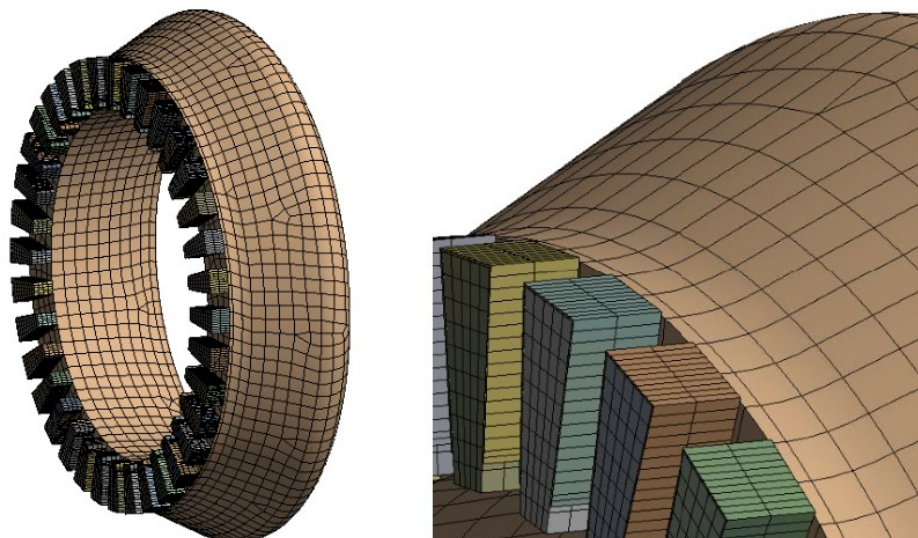
V první fázi je vytvořen výpočtový model geometrie čel vinutí ve tvaru prstence. Následně byl udělán výpočtový model, kde prstence byly nahrazeny hmotnými body.

Výpočtový model statorového svazku s vinutím v drážkách a čely ve tvaru prstence je na Obr. 37. Model čela vinutí se skládá z částí vinutí, která vybíhají z drážek a která se napojují na prstence na obou stranách statorového svazku. Vybíhající vinutí je obaleno drážkovou izolací. Prstence představují spletené, svázané a impregnované svazky vinutí a jsou vymodelovány jako kompaktní tělesa, která kopírují geometrickou obálku reálného vinutí.



Obr. 37 – Model geometrie statorového svazku s vinutím v drážkách a na čelech

Síť konečných prvků čela vinutí je zobrazena na Obr. 38. Síť konečných prvků celého modelu obsahuje 1 389 139 uzlů a 263 156 elementů.



Obr. 38 – Síť konečných prvků na čelech vinutí

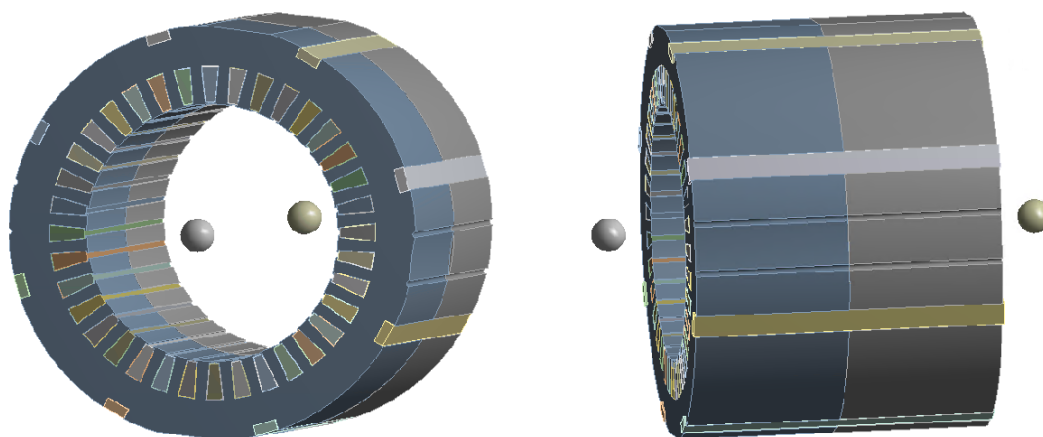
Vzhledem ke komplikovanému tvaru vzájemného spletení svazků nelze jednoduše určit, jestli je tuhost čela vinutí v různých směrech stejná nebo různá. V této práci se předpokládá, že materiálové vlastnosti čela vinutí jsou izotropní. Hustota a Poissonovo číslo čela vinutí jsou převzaty z materiálových parametrů vinutí v drážce. Modul pružnosti v tahu čela vinutí je vypočítán dle Rov (3.13) pro faktory zaplnění drátů v drážce $S = 50 \%$ a $S = 80 \%$. Materiálové parametry čela vinutí jsou uvedeny v Tab. 19.

Tab. 19 – Parametry IM čel vinutí

Veličina	Faktor zaplnění $S = 50 \%$	Faktor zaplnění $S = 80 \%$
Modul pružnosti v tahu E [MPa]	4 510	1 090
Poissonovo číslo μ [-]	0,33	0,33
Hustota ρ [kg.m ⁻³]	4 059	4 059

Kontakt mezi vinutím vycházejícím z drážky a vinutím vcházejícím do prstence je nastaven jako „bonded“ kontakt s MPC (Multi-point constraint) formulací.

Čela vinutí ve výpočtovém modelu statorového svazku modelovaného pomocí dvou hmotných bodů jsou zobrazena na Obr. 39. Hmotnost, poloha a momenty setrvačnosti byly vypočítány z dat geometrického modelu vnějšího vinutí. Fyzikální vlastnosti hmotných bodů jsou uvedeny v Tab. 20. Těžiště hmotných bodů jsou určeny vzhledem k souřadnicovému systému, jehož osa x je totožná s osou statorového svazku a jehož počátek leží na této ose v polovině délky svazku. Momenty setrvačnosti hmotných bodů jsou definovány na základě souřadnicového systému vycházejícího ze středů modelu čel vinutí.

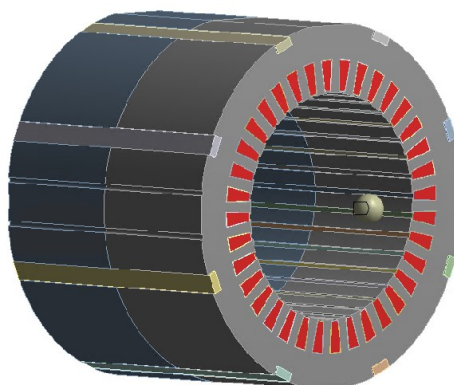


Obr. 39 – Geometrie statorového svazku s čely vinutí nahrazenými hmotnými body

Tab. 20 – Fyzikální parametry hmotných bodů

Fyzikální veličina	Hodnota	Jednotka
Hmotnost	2,4	kg
Těžiště x	$\pm 107,6$	mm
Těžiště y	0	mm
Těžiště z	0	mm
Moment setrvačnosti	15 535	$\text{kg} \cdot \text{mm}^2$
Moment setrvačnosti	8 195,4	$\text{kg} \cdot \text{mm}^2$
Moment setrvačnosti	8 194,9	$\text{kg} \cdot \text{mm}^2$

Hmotné body jsou pomocí MPC vazeb navázány na přední a zadní stěnu vinutí v drážkách, viz červeně vyznačené plochy na Obr. 40.



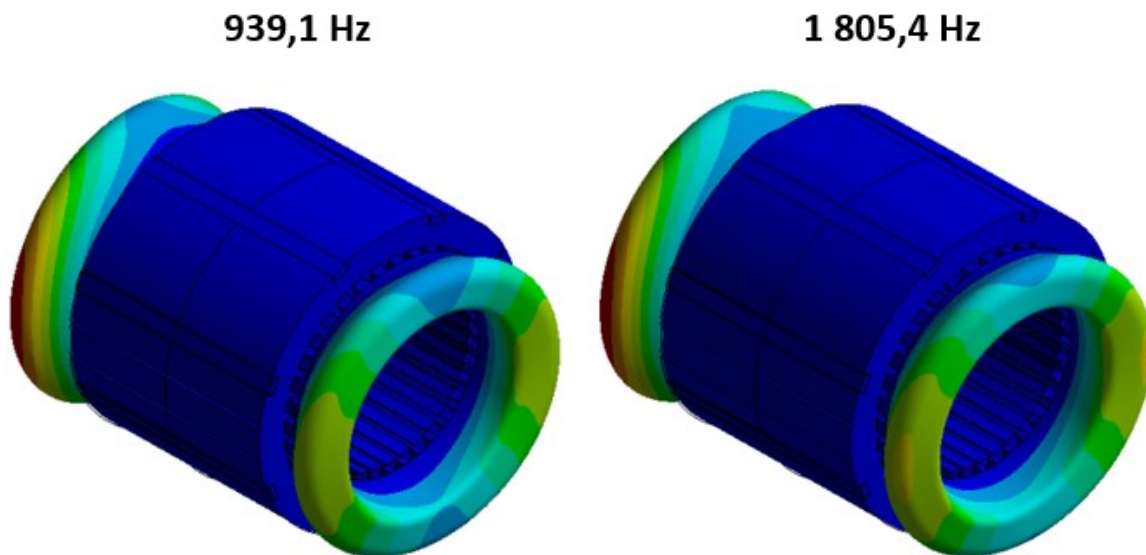
Obr. 40 – Vazba hmotného bodu na stěny vinutí v drážkách

Vypočítané nenulové vlastní frekvence jsou uvedeny v Tab. 21. Tabulka obsahuje jen některé vypočítané vlastní frekvence. U úlohy s hmotnými body je zaznamenáno pouze 6 vlastních frekvencí. Vlastní frekvence s pořadovým číslem 7-17 a 20-28, které nejsou uvedeny v tabulce, odpovídají vlastním tvarům, při kterých kmitají pouze čela vinutí. Barevně jsou označeny vlastní frekvence se shodnými vlastními tvary. Neoznačené a zeleně označené vlastní frekvence odpovídají tvarům, při kterých je vybuzeno pouze čelo vinutí, viz Obr. 41. Tyto vlastní frekvence nelze vypočítat pomocí

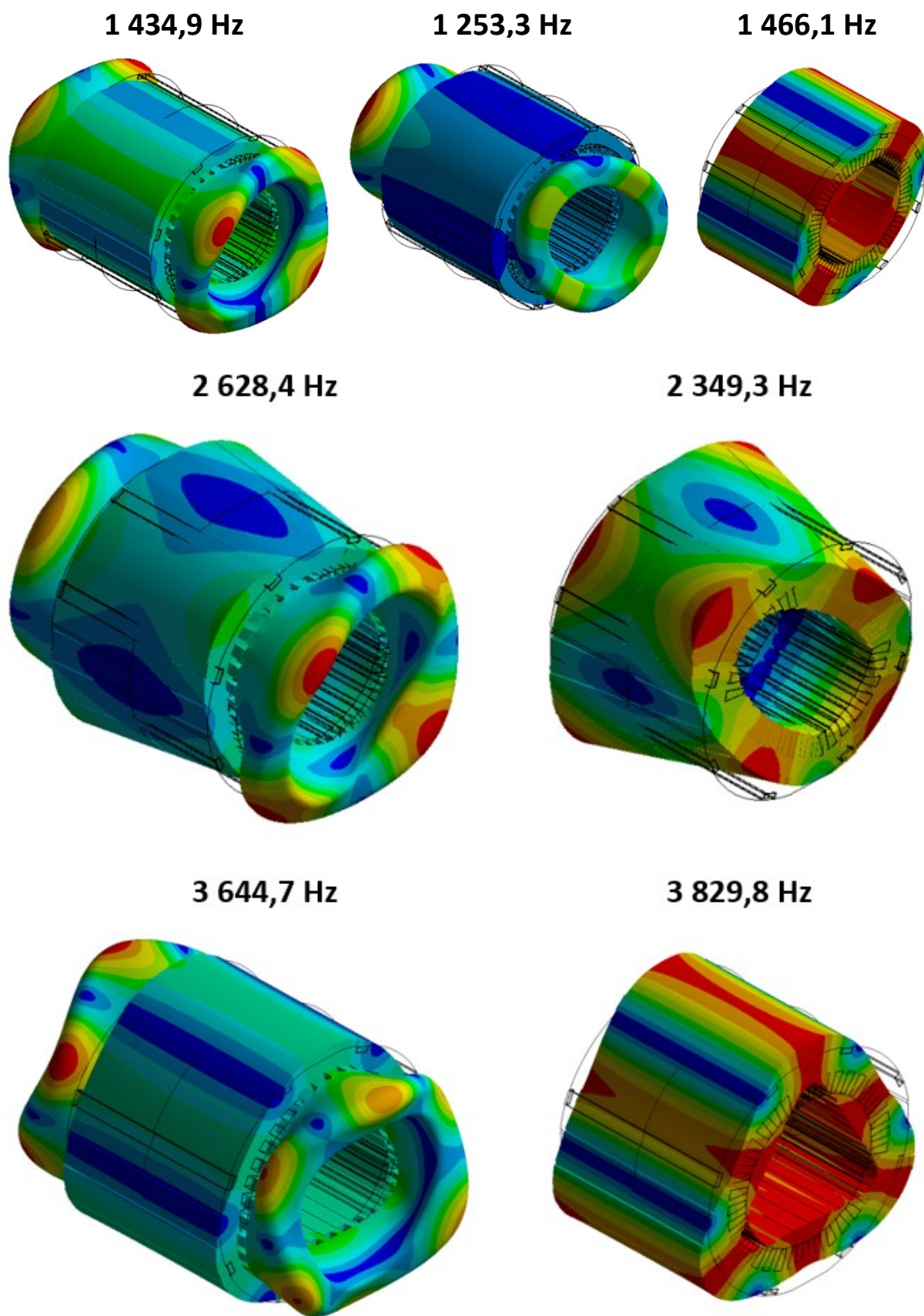
modelu s hmotnými body, ve kterém se neuvažuje s tuhostí čel vinutí. Z porovnání vlastních frekvencí pro faktor zaplnění $S = 50 \%$ a $S = 80 \%$ lze vidět, že výsledky jsou značně citlivé na změnu modulu pružnosti čel vinutí. Při nižším modulu pružnosti čel vinutí se objevuje více vlastních tvarů, ve kterých kmitají pouze čela vinutí. Vlastní tvary, ve kterých kmitá celý statorový svazek s vinutím, jsou zobrazeny na Obr. 42. U první trojice tvarů je kmitání statorového svazku stejné, ale čela vinutí mají odlišný tvar kmitání.

Tab. 21 – Vypočítané vlastní frekvence statorového svazku s vinutím

P. č.	Vlastní frekvence [Hz]		
	S = 50 %	S = 80 %	Hmotné body
1	802,3	1253,3	1466,1
2	802,5	1257,5	1475,4
3	852,6	1388,7	2349,3
4	852,7	1400,1	2411,8
5	939,1	1805,4	3829,8
6	940,2	1807,8	3833,7
⋮	⋮	⋮	/
18	1434,9	2628,4	/
19	1442,5	2669,2	/
⋮	⋮	⋮	/
29	1940,8	3644,7	/
30	1940,9	3647,2	/



Obr. 41 – Vypočítané vlastní tvary, při kterých kmitají pouze čela vinutí



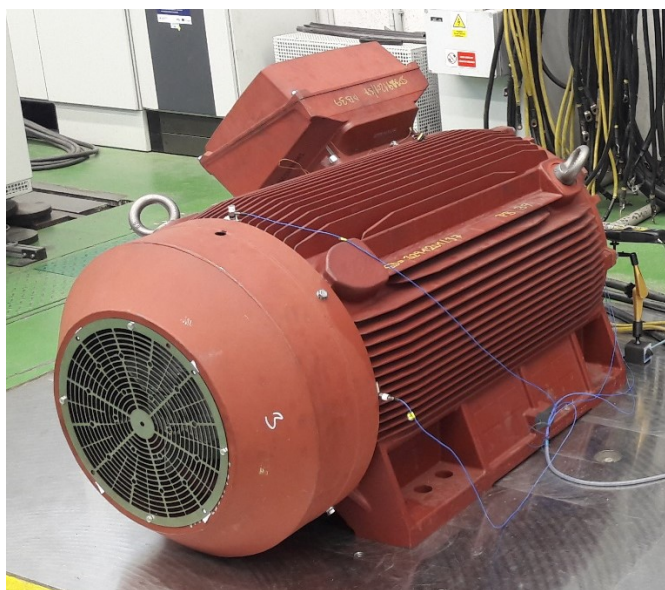
Obr. 42 – Vypočítané vlastní tvary statorového svazku s vinutím

6 Výpočtový model kostry se satorovým svazkem a s vinutím

Za účelem ověření modálních vlastností kostry se satorovým svazkem a s vinutím byl ve společnosti Siemens, s.r.o. vybrán elektromotor o osově výšce 315 mm a výkonu 315 kW s označením 1LE5583-3AA73-4 (viz Obr. 43). Základní parametry elektromotoru jsou uvedeny v Tabulce č. 22.

Tab. 22 – Parametry elektromotoru 1LE5583-3AA73-4

Osová výška [mm]	Napětí U [V]	Zapojení Δ/Y	Proud I [A]	Výkon P [kW]
315	400	Δ	550	315
	690	Y	315	
Frekvence f [Hz]	Otáčky n [1/min]	Účinnost [%]	Účinník $\cos \varphi$ [-]	Třída účinnosti IE-CL
50	2 988	95,8	0,87	IE3



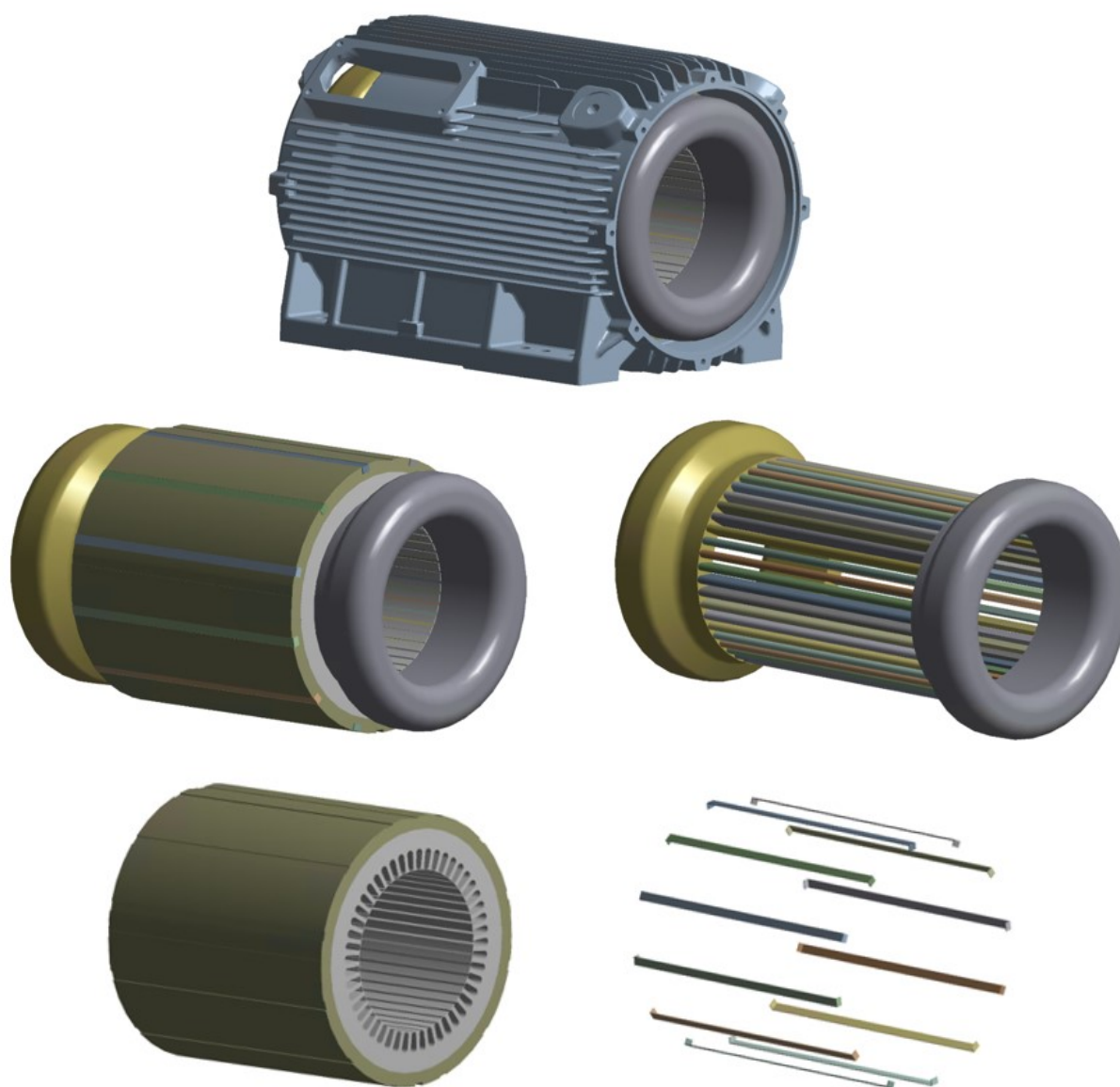
Obr. 43 – Asynchronní elektromotor s označením 1LE5583-3AA73-4

Satorový svazek elektromotoru se skládá z 1 030 plechů. První a poslední plech svazku má tloušťku 5 mm a ostatní plechy mají tloušťku 0,5 mm. Na strany plechů byl nanesen izolační epoxid přibližně o tloušťce 1 μm . Satorový svazek byl spaketován 12 sponami. Svazek obsahuje 48 drážek, ve kterých je vložena drážková izolace a vinutí. Vinutí vycházející z drážek je svázáno a veškeré vinutí je naimpregnováno. Satorový svazek s vinutím je nalisovaný v kostře. Kostra je bez svorkovnice, ložiskových štítů, krytů a dalších součástí, které se obvykle ke kostře připojují.

Satorový svazek v místě spon se po spaketování stáhnul o 1,058 mm. Střední přesah mezi vnějším průměrem svazku a vnitřním průměrem kostry byl před nalisováním 12,5 μm . Byla změřena celková

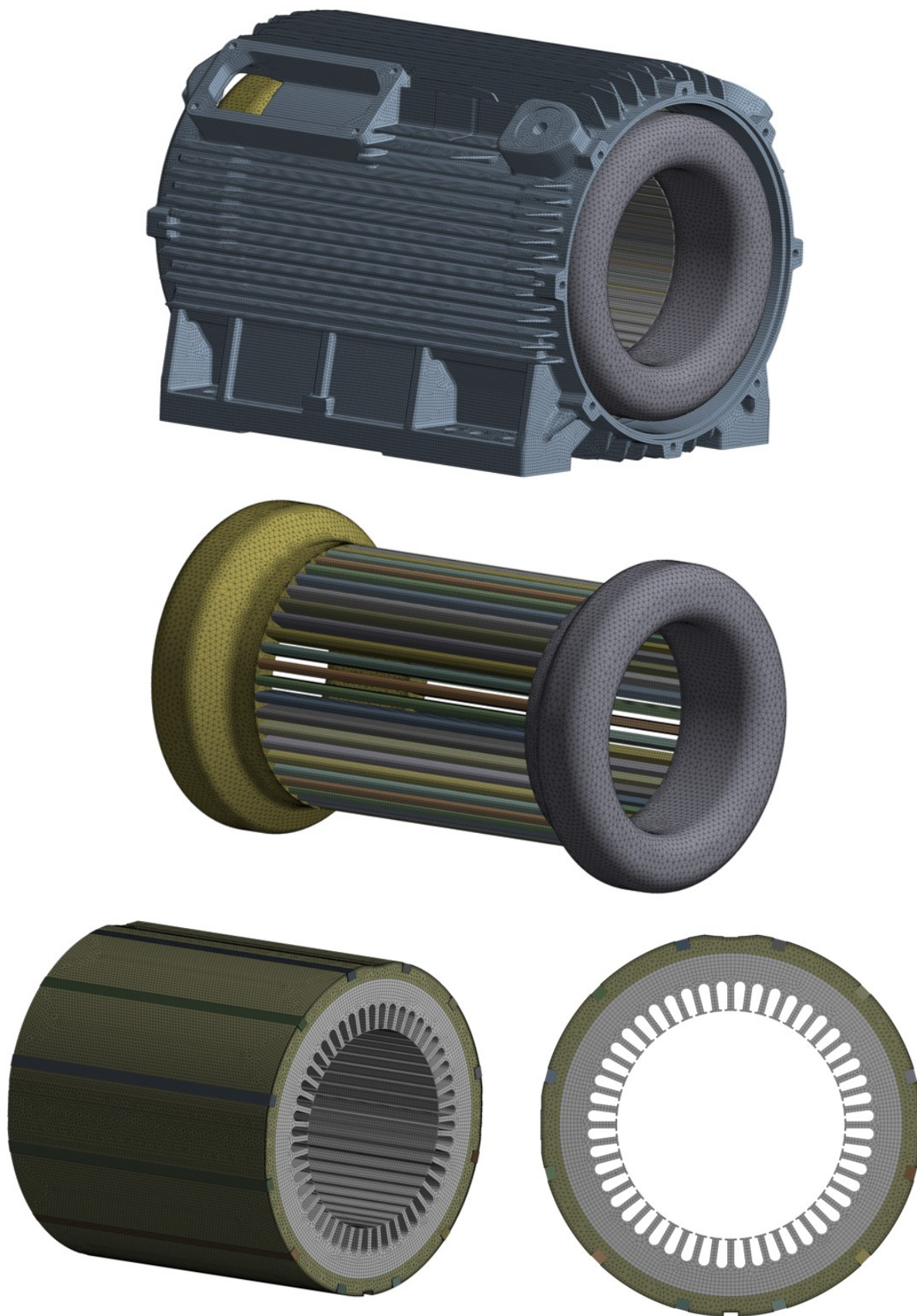
hmotnost 1 035,6 kg. Z měření byly získány vlastní frekvence kostry s nalisovaným statorovým svazkem s vinutím při volném uložení.

Statorový svazek je vymodelován jako kompaktní těleso. Po obvodu svazku je rozmístěno 12 spon. Vinutí se skládá z vinutí v drážkách a čelech. Model vinutí v jedné drážce je vytvořen jako homogenní tyč, jejíž průřez odpovídá tvaru drážky. Čela vinutí jsou vymodelovány jako homogenní prstence, které kopírují geometrickou obálku svázaných čel vinutí reálného elektromotoru. Zaoblení a zkosení na kostře nebyla zjednodušena. Z důvodu ušetření počtu konečných prvků během vytváření sítě jsou tělesa rozdělena na více částí, viz Obr. 44.



Obr. 44 – Geometrie kostry se statorem, rozloženo na jednotlivé součásti

Sít' konečných prvků je vytvořena na každém tělese zvlášť a v místě nalisování je zhuštěna. Sít' obsahuje celkově 13 456 622 uzlů a 6 917 639 elementů a je zobrazena na Obr. 45.



Obr. 45 – Síť konečných prvků

V Tab. 23 jsou uvedeny materiálové parametry použité ve výpočtovém modelu, ve kterém je u všech součástí použit IM. Ekvivalentní modul pružnosti vinutí v drážkách a na čelech je vypočítán pro faktor zaplnění o velikosti $S = 80 \%$ ze vztahů dle článku [15]. Hustota vinutí byla stanovena vzhledem k změřené hmotnosti.

V druhém výpočtovém modelu je pro statorový svazek definován TIM, jehož parametry jsou uvedeny v Tab. 24.

Tab. 23 – Parametry IM statorového svazku

Název součásti	Statorový svazek	Spony	Vinutí v drážkách	Čela vinutí	Kostra
Modul pružnosti v tahu E [MPa]	210 000	210 000	1 502	4 510	110 500
Poissonovo číslo μ [-]	0,3	0,3	0,33	0,33	0,26
Hustota ρ [kg.m ⁻³]	7 850	7 850	3 603	3 603	7 150

Tab. 24 – Parametry TIM statorového svazku

Veličina	Hodnota	Jednotka
Modul pružnosti v tahu E_x	164 577	[MPa]
Modul pružnosti v tahu E_y	209 172	[MPa]
Modul pružnosti v tahu E_z	209 172	[MPa]
Poissonovo číslo μ_{xy}	0,24	[-]
Poissonovo číslo μ_{yz}	0,3	[-]
Poissonovo číslo μ_{xz}	0,24	[-]
Modul pružnosti ve smyku G_{xy}	62 560	[MPa]
Modul pružnosti ve smyku G_{yz}	80 451	[MPa]
Modul pružnosti ve smyku G_{xz}	62 560	[MPa]
Hustota ρ	7 850	[kg.m ⁻³]

Ve výpočtových modelech je vytvořeno několik kontaktních dvojic, ve kterých jsou tělesa spojena pomocí „bonded“ kontaktu s MPC formulací, který byl použit pro následující kontaktní dvojice: (i) statorový svazek – spony, (ii) drážky svazku – vinutí v drážkách a (iii) napojení čel vinutí na drážky. Mezi statorovým svazkem a kostrou je nastaven třecí kontakt s koeficientem tření $f = 0,02$.

U výpočtového modelu se statorovým svazkem s IM je modální analýza provedena pro variantu bez stažení statorového svazku a pro variantu se stažením, které je do výpočtového modelu zahrnuto předepsáním posuvu na koncích spon na obou stranách svazku o hodnotu 0,528 mm v axiálním směru.

Výpočet je proveden pro modální analýzu s předpětím, ve které je použit přenos výsledků ze statické do modální analýzy s nastavením UTS.

V první fázi byl naladěn výpočtový model se staženým svazkem s IM tak, aby se vypočítané vlastní frekvence maximálně blížily naměřeným. Poté byly provedeny výpočty bez stažení svazku s IM a se staženým svazkem s TIM. Vypočítané nejnižší nenulové vlastní frekvence jsou uvedeny v Tab. 25.

Při experimentální modální analýze byly vzhledem k umístění snímačů vyhodnoceny vlastní tvary, jejichž zobrazení vypovídá pouze o kmitání kostry, ale není zachycen tvar kmitání vinutí. Z tohoto důvodu byly vypočítané vlastní tvary s naměřenými vlastními tvary srovnány intuitivně.

Vypočítané vlastní frekvence se shodnými vlastními tvary byly zprůměrovány v jednu hodnotu (tučně vyznačeny) a srovnány s naměřenými frekvencemi odpovídajících si vlastních tvarů.

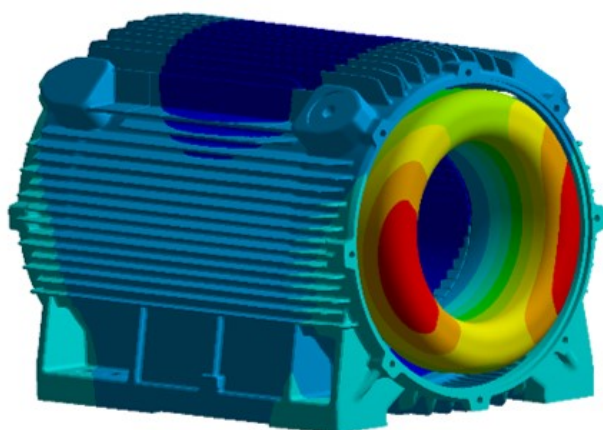
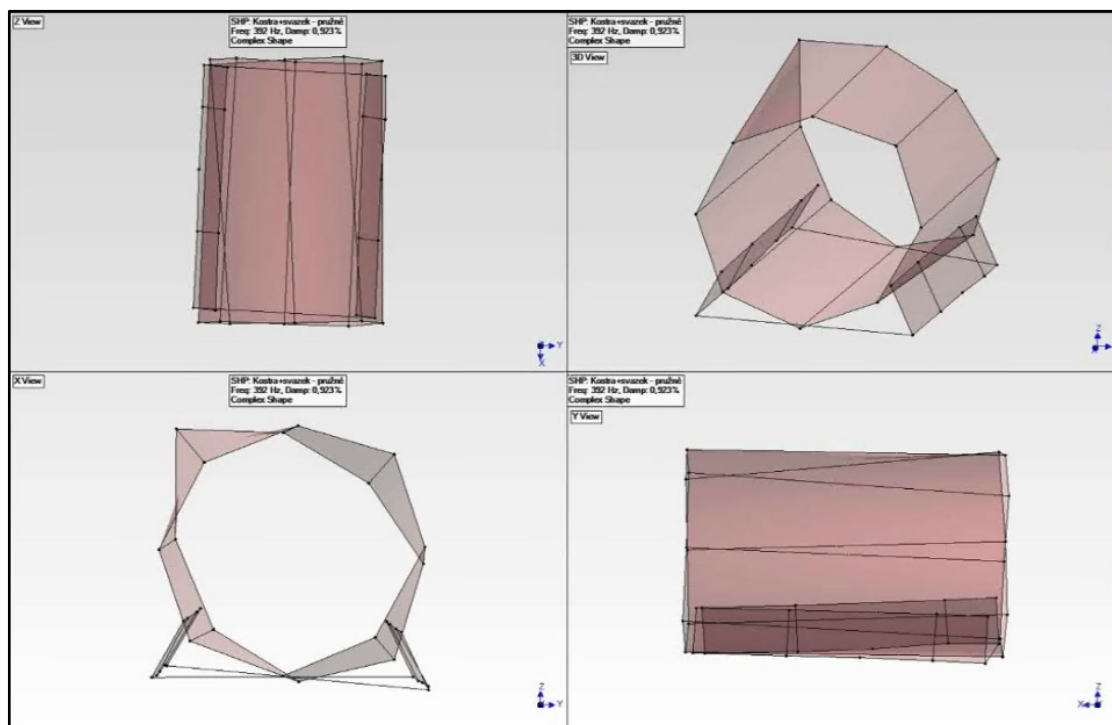
Tab. 25 – Naměřené a vypočítané vlastní frekvence

P. č.	Vlastní frekvence f [Hz]									
	Měření	IM pro svazek						TIM pro svazek		
		Bez stažení		Δ [%]	Se stažením		Δ [%]	Se stažením		Δ [%]
1	392	-	-	-	385,0	385,7	-1,6	359,1	359,9	-8,2
		-	-	-	386,4	-	-	360,7	-	-
2	440	425,4	430,8	-2,1	436,4	438,3	-0,4	432,3	435,1	-1,1
		436,2	-	-	440,1	-	-	437,8	-	-
3	487	462,4	472,5	-3	481,1	487,5	0,1	473,3	480,9	-1,3
		463,0	-	-	484,5	-	-	476,4	-	-
		474,7	-	-	488,7	-	-	482,3	-	-
		490,0	-	-	495,8	-	-	491,7	-	-
4	521	533,9	533,9	2,5	543,7	543,7	4,4	535,2	535,2	2,7
5	595	544,4	566,5	-4,8	563,9	580,0	-2,5	553,5	568,9	-4,4
		546,0	-	-	568,0	-	-	559,0	-	-
		580,3	-	-	583,2	-	-	576,0	-	-
		595,2	-	-	605,0	-	-	587,3	-	-
		-	-	-	-	-	-	594,0	-	-

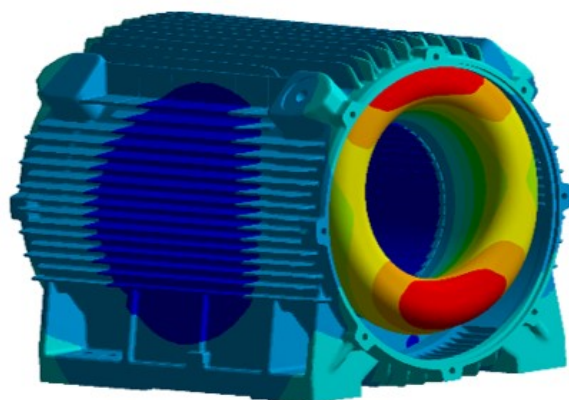
Relativní odchylka s výjimkou první vlastní frekvence činí u všech výpočtových modelů maximálně 4,8 %. První vlastní frekvence nebyla u modelu bez stažení svazku vypočítána. U TIM modelu se první vlastní frekvence od naměřené liší o 8,2 %. Dále jsou porovnávány výsledky bez stažení svazku s IM a staženého svazku s TIM, vzhledem ke staženému svazku s IM. Ze srovnání vlastních frekvencí s pořadovým číslem 2-5 vyplývá, že u svazku bez stažení došlo ke změně vlastních frekvencí až o 3 % a u modelu s TIM došlo ke změně až o 2 %.

Naměřené a vypočítané vlastní tvary jsou zobrazeny na Obr. 46 až 50.

392 Hz



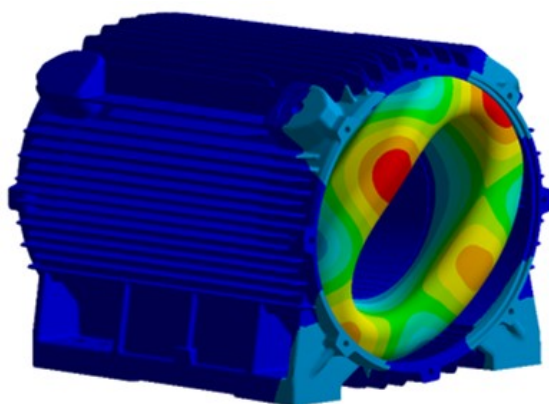
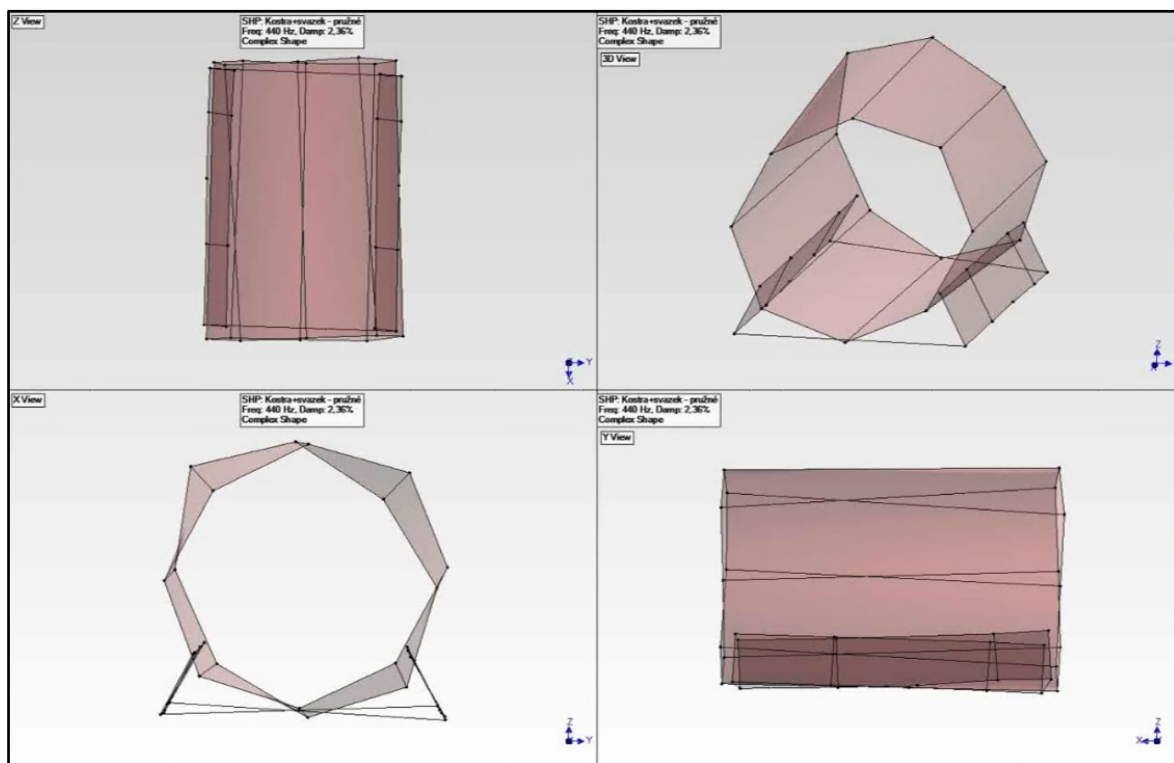
385 Hz



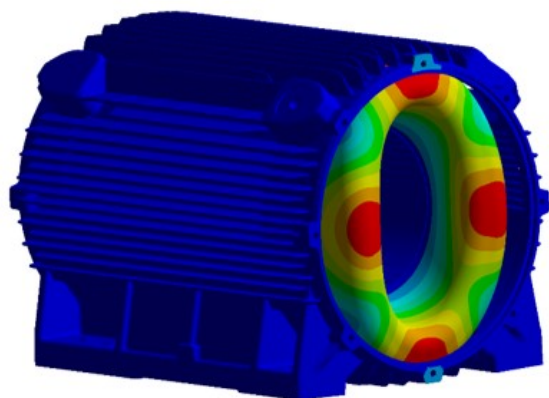
386,4 Hz

Obr. 46 – Naměřené a vypočítané vlastní tvary s frekvencí

440 Hz



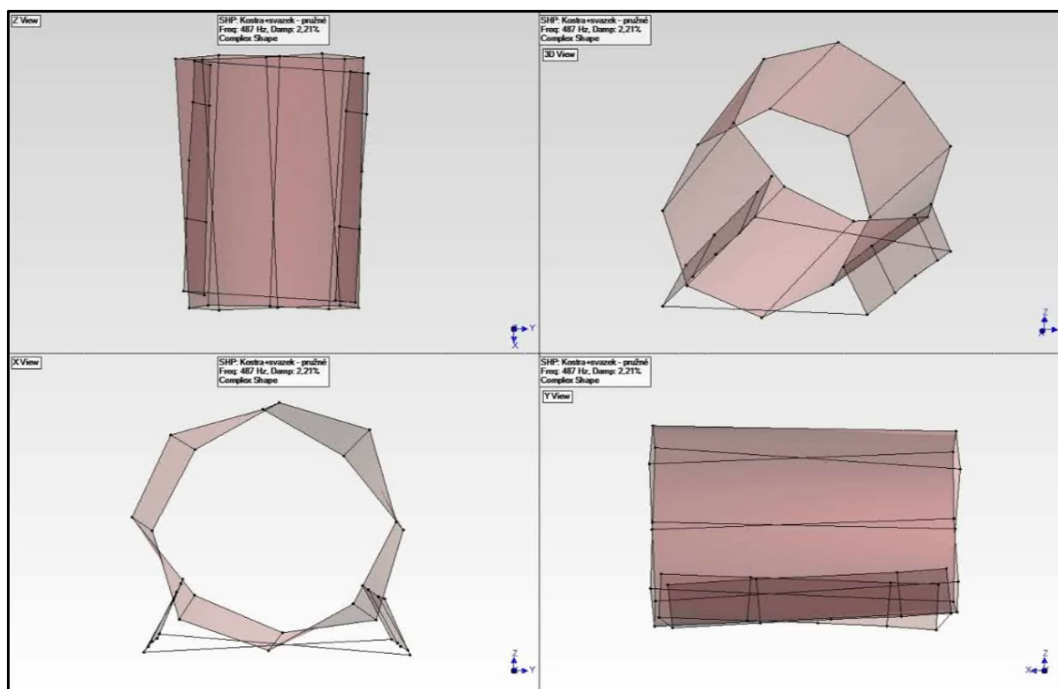
436,4 Hz



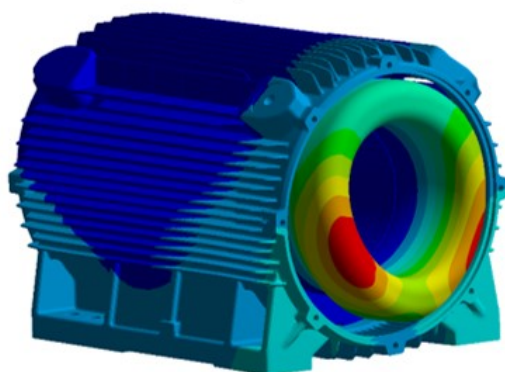
440,1 Hz

Obr. 47 – Naměřené a vypočítané vlastní tvary s frekvencí

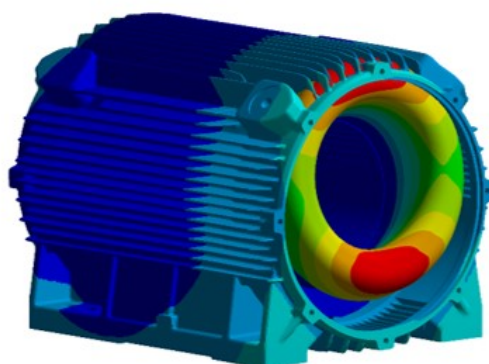
487 Hz



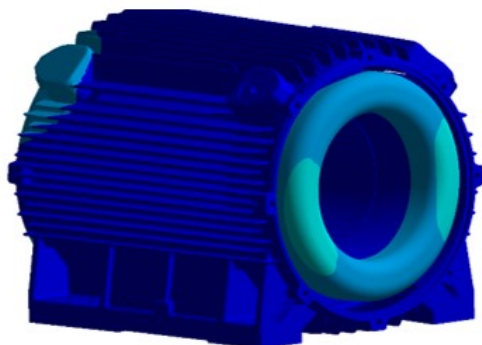
481,1 Hz



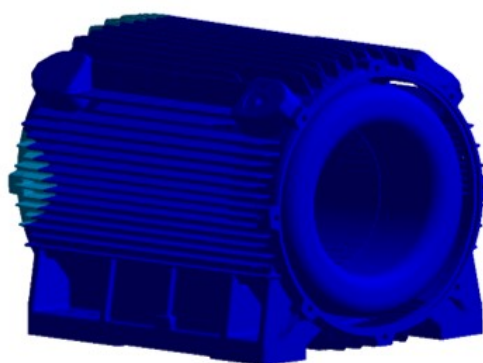
484,5 Hz



488,7 Hz

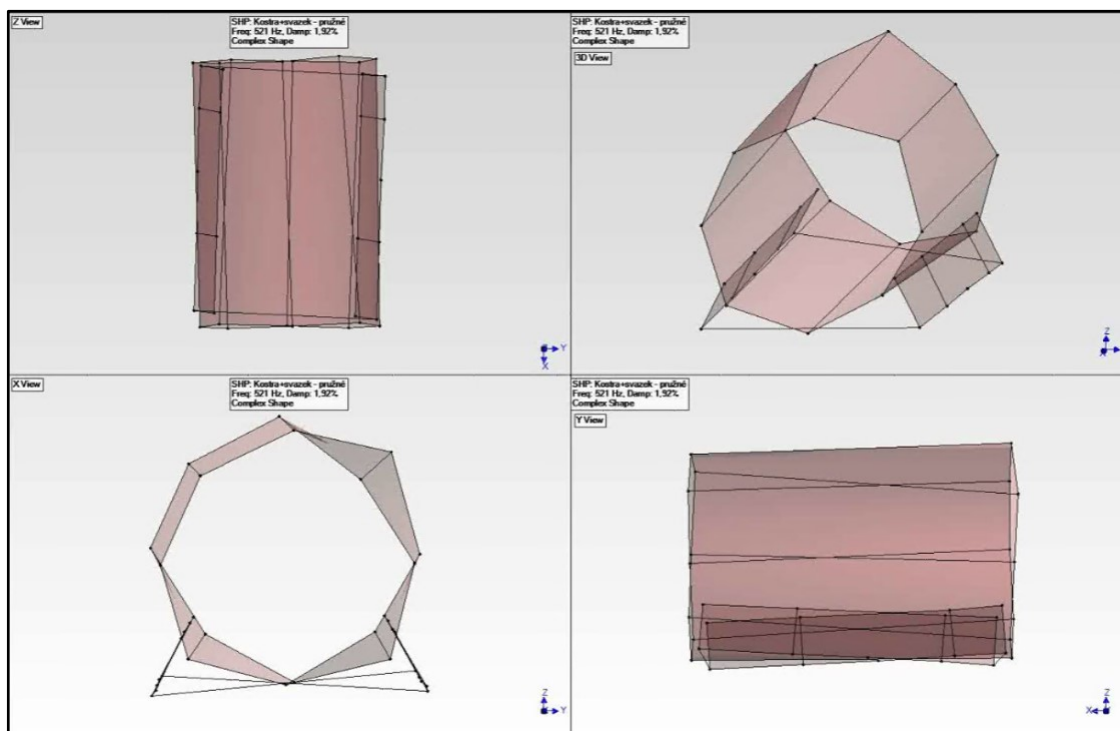


495,8 Hz

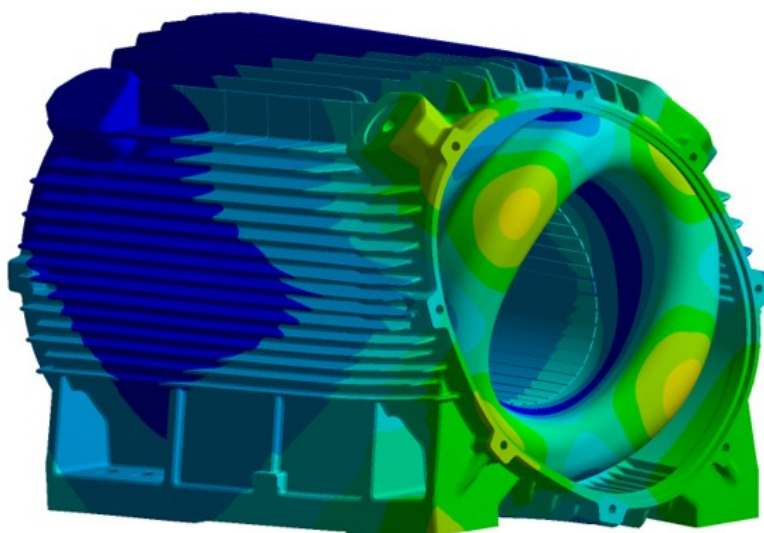


Obr. 48 – Naměřené a vypočítané vlastní tvary s frekvencí

521 Hz

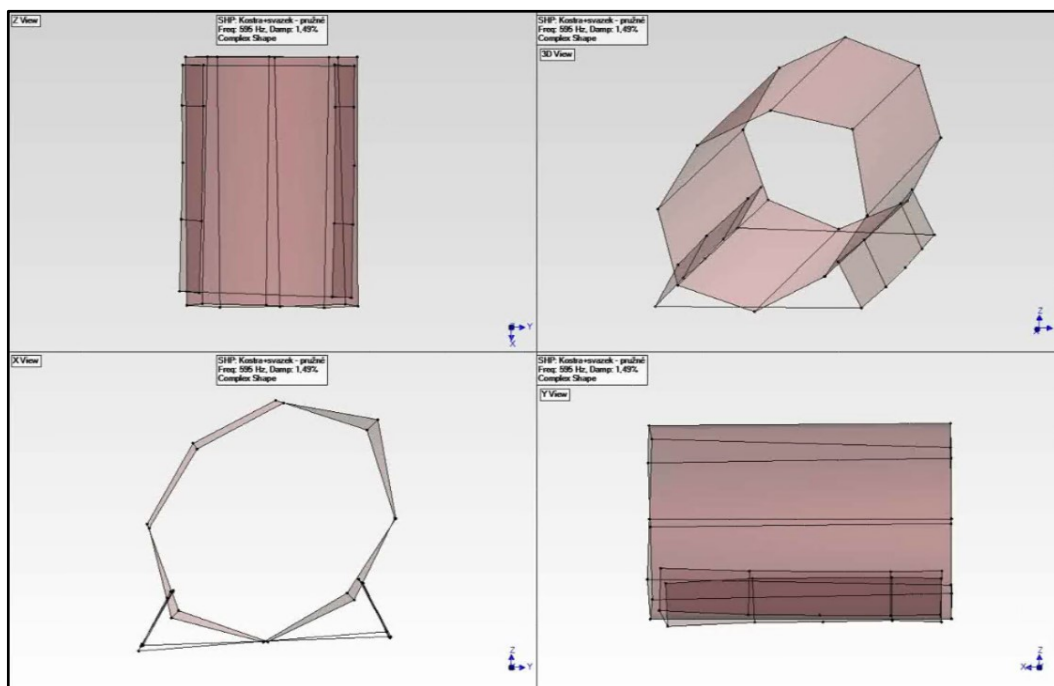


543,7 Hz

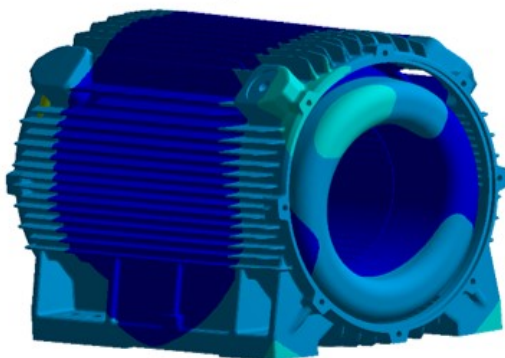


Obr. 49 – Naměřené a vypočítané vlastní tvary s frekvencí

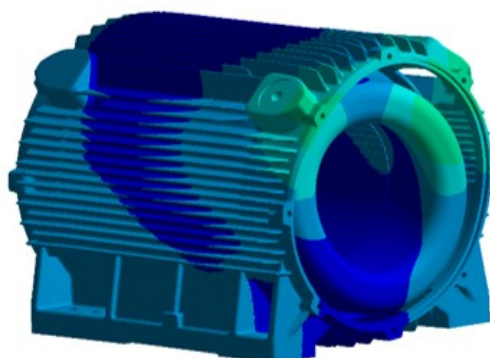
595 Hz



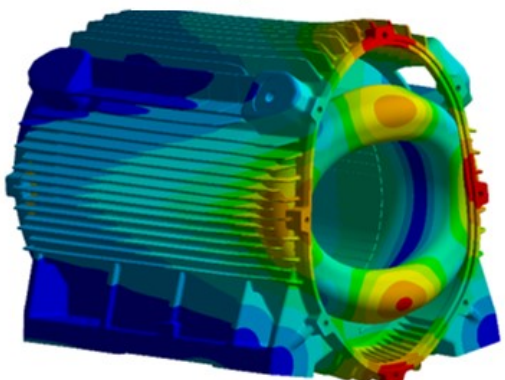
563,9 Hz



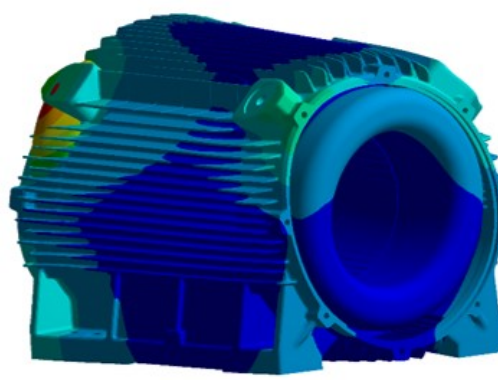
568 Hz



583,2 Hz



605 Hz



Obr. 50 – Naměřené a vypočítané vlastní tvary s frekvencí

7 Metodický postup k výpočtu modálních vlastností

Na základě zkušeností z Kap. 3.4 až 6 je v následující části představen metodický postup tvorby výpočtového modelu pro modální analýzu kostry se statorovým svazkem a s vinutím v programovém systému ANSYS Workbench.

V první fázi by měla být geometrie jednotlivých komponent elektromotoru zjednodušena, tak aby nedošlo k významné změně tuhosti a hmotnosti komponent a zredukoval se počet stupňů volnosti. Proto je potřeba z jednotlivých komponent podle inženýrského citu odstranit funkčně nevýznamná zaoblení, zkosení, otvory apod. Z důvodu změny objemu jednotlivých komponent elektromotoru musí být hustota materiálů stanovena na základě změřené hmotnosti.

Komponenty elektromotoru je třeba rozdělit na části, ve kterých lze vytvářet tažené sítě konečných prvků, čímž se sníží jejich počet, a pro jejich spojení používat „bonded“ kontakt s MPC formulací.

Vzhledem k tomu, že statorový svazek je tvořen velkým počtem plechů s tenkou izolační vrstvou a podobně je vinutí složeno z řady drátů s tenkou izolací, která je v ochranném pryskyřicovém obalu, je pro jejich zahrnutí do výpočtových modelů, určených pro řešení na standardní pracovní stanici (36 jader a 256 GB RAM), potřeba přijmout zjednodušení a vytvořit, jak je popsáno dříve, ekvivalentní materiálové modely.

V případě, že objemový podíl izolace ve statorovém svazku je malý (řádově v tisícinách), může být pro statorový svazek použit IM, přičemž se vychází z materiálových parametrů plechů, které tvoří svazek. V případě, že je objemový podíl izolace ve svazku vyšší, je vhodné použít TIM, který kombinuje materiálové parametry plechů a izolačního epoxidu na základě jejich objemového podílu ve svazku.

Výpočtový model statorového svazku může být vytvořen dvěma způsoby. V prvním případě je statorový svazek modelován jako kompaktní těleso, přičemž spony nejsou modelovány zvlášť, ale jsou součástí tohoto tělesa. Stažení svazku u tohoto modelu má malý vliv na vlastní frekvence. V druhém případě je model statorového svazku příčně rozdělen (ve směru osy svazku) na několik bloků (nejlépe 10 a více). Ke svazku jsou vymodelovány spony a na sponách je zadáno předpětí ve formě síly nebo posuvu. Posuv lze získat z měření délky svazku před spaketováním a po spaketování. Kontakt mezi jednotlivými bloky se nastaví jako „no separation“. V nastavení modální analýzy s předpětím se zvolí možnost UTS.

Vinutí v drážkách statoru lze modelovat jako kompaktní těleso, jehož příčné rozměry jsou určeny podle koeficientu zaplnění drážky a objemu drážkové izolace, měděných drátů a impregnačního laku. Geometrie vinutí na čelech by měla rozměrově odpovídat reálnému vinutí a neměla by být příliš komplikovaná. Čelo vinutí je vhodné vymodelovat jako kompaktní prstenec. Vlastní frekvence modelu jsou citlivé na velikost modulu pružnosti vinutí. Jeho hodnota by se měla pohybovat v rozmezí (1 až 5) GPa.

Ve výpočtovém modelu statorového svazku s vinutím se kontakt mezi svazkem a vinutím nastaví jako „bonded“. Vinutí na čelech, které se napojuje na vinutí v drážkách, se spojí pomocí „bonded“ kontaktu s MPC formulací.

Kostru elektromotoru lze modelovat jako kompaktní těleso s IM. Součástí modelu kostry by mělo být i žebrovaní.

Ve výpočtovém modelu kostry a statorového svazku musí být mezi vnitřním průměrem kostry a vnějším průměrem statorového svazku střední hodnota přesahu určeného podle výkresové dokumentace. V místě kontaktu musí být vytvořen kontakt se třením a síť konečných prvků musí být radiálně zhuštěna. Dále je nutné v nastavení modální analýzy s předpětím nastavit možnost UTS. Stažení svazku může způsobit rozvolnění kontaktu s kostrou a tím výrazně ovlivnit vlastní frekvence.

Ve výpočtovém modelu kostry se základovou deskou se k modelování šroubového spojení přistupuje dvěma způsoby. V prvním případě se mezi patky kostry elektromotoru a základovou desku nastaví v místě styku „bonded“ kontakt. V tomto případě se nemodeluje trojrozměrný šroub, ani se nenahrazuje nosníkovým prvkem nebo pružinovým. V druhém případě se v místě styku kostry a základové desky zadá kontakt se třením. V tomto případě je vhodné vymodelovat trojrozměrnou geometrii šroubu s podložkou. Dále se do šroubu zadá předpětí ve formě osové síly, která se vypočítá na základě změřeného utahovacího momentu.

8 Závěr

V teoretické části diplomové práce byl nastíněn základní princip fungování třífázového asynchronního motoru, jeho konstrukční uspořádání a výroba hlavních částí. Podle poznatků zjištěných studiem odborné literatury jsou představeny přístupy k tvorbě výpočtových modelů pro modální analýzu elektromotorů. Dále jsou v práci prezentovány dvě testovací úlohy vytvořené v softwaru ANSYS Workbench. První úloha se věnuje nastavení kontaktních algoritmů a zahrnutí předpětí do modální analýzy. V druhé úloze byl testován vliv kontaktu na výsledky vlastních frekvencí pro spojení kostry se základovou deskou pomocí předepjatého šroubového spoje.

V praktické části práce byly sestaveny výpočtové modely a byly provedeny modální analýzy komponent elektromotoru v programovém systému ANSYS. Vypočítané vlastní frekvence a vlastní tvary byly srovnány s výsledky z měření na dvou elektromotorech od společnosti Siemens, s.r.o.

V první fázi byly vytvořeny a simulačně odzkoušeny výpočtové modely satorového svazku bez vinutí, u kterých se uvažoval izotropní a transversálně izotropní materiálový model. Dále byl zkoumán vliv stažení satorového svazku ve výpočtovém modelu na vlastní frekvence. Poté byly vytvořeny výpočtové modely satorového svazku s vinutím v drážkách a na čelech. Pomocí nich byl analyzován vliv tuhostních a hmotnostních parametrů čel vinutí na vlastní frekvence. Byl testován trojrozměrný model čela vinutí a jeho zjednodušení na dva hmotné body. Ke konci byl vytvořen výpočtový model kostry s nalisovaným satorovým svazkem. Nejprve byl model naladěn tak, aby vypočítané vlastní frekvence maximálně odpovídaly naměřeným výsledkům. Poté byly vytvořeny další variantní modely, na základě kterých byla posuzována citlivost vlastních frekvencí celého modelu na různé materiálové vlastnosti satorového svazku a na jeho stažení, když je nalisován v kostře.

Shrnutím zjištěných poznatků v diplomové práci je metodický postup uvedený v předchozí kapitole, který slouží jako návod k tvorbě výpočetního modelu kostry elektromotoru a satorového svazku s vinutím pro modální analýzu.

9 Seznam použité literatury

- [1] HOLOUBEK, David. Metodika a zpracování měření u neznámých BLDC motorů [online]. Brno, 2013 [cit. 2020-03-02]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11012/20921>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [2] AUTOR NEZNÁMÝ. Asynchronní stroje. SPŠel it Dobruška [online]. [cit. 2020-03-02]. Dostupné z: <http://www.spse.dobruska.cz/download/sokol/AM.pdf>
- [3] ŠIMON, Josef. Jak se dělá elektromotor [online]. 2011 [cit. 2020-03-03]. Dostupné z: <http://www.odbornecasopisy.cz/res/pdf/42921.pdf>
- [4] SANG-HOON, Kim. Electric Motor Control: DC, AC, and BLDC Motors. 2017 [cit. 2020-03-02]. ISBN 9780128121382.
- [5] ZOUFALÝ, Jiří. Elektrické stroje a přístroje [online]. Sokolnice. 2014 [cit. 2020-03-04]. Dostupné z: https://projekty.osu.cz/irp2016/Elektricke_stroje_a_pristroje.pdf
- [6] NOVÁK, Ivo. Asynchronní elektromotor třífázový. EMOTOR [online]. [cit. 2020-03-04]. Dostupné z: <http://www.emotor.cz/asynchronni-elektromotor-trifazovy.htm>
- [7] ZUBÍK, Michal. Posouzení vlivu uložení rotoru asynchronního motoru na velikost mechanických ztrát [online]. Ostrava, 2015 [cit. 2020-03-06]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10084/108547>. Diplomová práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava.
- [8] ŽVÁČEK, Vladimír. Racionalizace obrábění koster elektromotoru [online]. Ostrava, 2017 [cit. 2020-03-06]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10084/117402>. Bakalářská práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava.
- [9] AC Squirrel Cage Electric Motors. In: EAST COAST ELECTRICAL EQUIPMENT COMPANY [online]. [cit. 2020-03-12]. Dostupné z: <https://eastcoastmotor.com/take-look-wide-selection-ac-squirrel-cage-electric-motors/>
- [10] VAN DER GIET, M., K. KASPER, R. W. DE DONCKER a K. HAMEYER. Material parameters for the structural dynamic simulation of electrical machines. 2012 XXth International Conference on Electrical Machines. IEEE, 2012, 2994-3000 [cit. 2020-03-15]. DOI: 10.1109/ICEIMach.2012.6350314. ISBN 978-1-4673-0142-8. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6350314/>
- [11] PUPADUBSIN, R., A. STEVEN, J. D. WIDMER a B. C. MECROW. Mechanical material properties for structural simulation model of switched reluctance machines. 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM). IEEE, 2016, 2293-2299 [cit. 2020-03-17]. DOI: 10.1109/ICELMACH.2016.7732841. ISBN 978-1-5090-2538-1. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7732841/>
- [12] ZHANGJUN TANG, P. PILLAY, A.M. OMEKANDA, CHEN LI a C. CETINKAYA. Effects of material properties on switched reluctance motor vibration determination. 38th IAS Annual Meeting on Conference Record of the Industry Applications Conference, 2003 [cit. 2020-03-18]. IEEE, 2003, 235-241. DOI: 10.1109/IAS.2003.1257508. ISBN 0-7803-7883-0. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1257508/>

- [13] YIN, Hongbin, Fangwu MA, Xueyi ZHANG, Cansong GU, Hui GAO a Yongchao WANG. Research on Equivalent Material Properties and Modal Analysis Method of Stator System of Permanent Magnet Motor With Concentrated Winding. IEEE Access. 2019, 7, 64592-64602. [cit. 2020-03-18]. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2916428. ISSN 2169-3536. Dostupné také z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8713995/>
- [14] SINHA, P. K. COMPOSITE MATERIALS AND STRUCTURES [online]. Kharagpur, 1995 [cit. 2020-04-04]. Dostupné z: <http://www.ae.iitkgp.ac.in>
- [15] ITORI, Kazunobu, Shinichi NODA, Fuminori ISHIBASHI a Hisashi YAMAWAKI. Young's Modulus of Windings on Finite Element Method for Natural Frequency Analysis of Stator Core in Induction Motor. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C. 2002, 68(669), 1343-1348 [cit. 2020-03-20]. DOI: 10.1299/kikaic.68.1343. ISSN 1884-8354. Dostupné také z: <http://joi.jlc.jst.go.jp/JST.Journalarchive/kikaic1979/68.1343?from=CrossRef>
- [16] BOUZEK, Lukáš. Elektromagnetické pole, síly, chvění a hluk v elektrických strojích. Plzeň, 2015 [cit. 2020-03-21]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/11025/20660>. Disertační práce. Západočeská univerzita v Plzni.
- [17] MILLITHALER, Pierre. Dynamic behaviour of electric machine stators: modelling guidelines for efficient finite-element simulations and design specifications for noise reduction. Besançon, Francie, 2015 [cit. 2020-03-15]. Disertační práce. Université de Franche-Comté.
- [18] ANSYS® Academic Research Mechanical, Release 19.3, Help System, User's guides, ANSYS, Inc [online]. [cit. 2020-03-27]. Dostupné z: <https://ansyshelp.ansys.com/>
- [19] BZONEK, Jan. Napjatostní a deformační analýza okrajové části opěrného válce stolice kvarto [online]. Ostrava, 2017 [cit. 2020-03-28]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10084/117554>. Diplomová práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava.
- [20] SUWAŁA, Grzegorz, J. HOLNICKI-SZULC a J. HOLNICKI-SZULC. Prestressing for reduction of local vibrations in a rotorcraft. 2016, 367-380 [cit. 2020-03-28].
- [21] ONDROUCH, Jan a Jiří PODEŠVA. Aplikovaný mechanik jako součást týmů konstruktérů a vývojářů: teorie a příklady k předmětu "Technické kmitání" [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012 [cit. 2020-03-29]. ISBN 978-80-248-2762-9.
- [22] HARRIS, Ted. ANSYS 13.0 Enhanced Modal Analyses with Linear Perturbation. PADT, Inc. - The Blog [online]. 2011 [cit. 2020-03-30]. Dostupné z: <https://www.padtinc.com/blog/ansys-13-0-enhanced-modal-analyses-with-linear-perturbation/>
- [23] BILOŠOVÁ, Alena. Aplikovaný mechanik jako součást týmů konstruktérů a vývojářů [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2012 [cit. 2020-05-12]. ISBN 978-80-248-2758-2.
- [24] POLCER, Jan. Detekce rezonančních kmitočtů a tvarových módů u komponentů asynchronních motorů [online]. Ostrava, 2019 [cit. 2020-05-08]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10084/136185>. Diplomová práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava.